



Einsteins Relativitätstheorie kontra klassische Mechanik

Paul Marmet

übersetzt von Mathias Hüfner

Letzte Durchsicht: 07.09.12

Anhang I

Die Abhängigkeit der Größe der Materie von der Elektronenmasse.

EINLEITUNG -

Wie in Kapitel eins gesehen, hängt die Größe des Wasserstoffatoms direkt vom Bohr-Radius ab, der selbst mit der Masse des Elektrons variiert. Ist das für alle Atome der Fall? Und was ist mit den Molekülen und den Kristallen? Bevor wir diese Fragen streng beantworten, wollen wir versuchen, sie intuitiv zu beantworten.

Betrachten Sie zum Beispiel das Wasserstoffmolekül H_2 . Es wird von zwei Wasserstoffatomen gebildet, die sich ihre Elektronen teilen. Da die Größe der zwei Wasserstoffatome für sich genommen mit dem Bohr-Radius schwankt, würde es angemessen sein zu erwarten, dass es bei der Größe des Wasserstoffmoleküls das selbe wäre. Wenn der Radius aller Atome vom Bohr-Radius abhinge, könnten wir die gleiche Argumentation für alle Moleküle und Kristalle anwenden. Intuitiv würden wir zur Schlussfolgerung kommen, dass die Maße der Materie vom Bohr-Radius abhängen würden. Wenn das der Fall wäre, dann würde entsprechend Kapitel eins die Größe jedes beliebigen Gegenstandes abhängig von seinem Standort in einem Gravitationspotential verschieden sein. In diesem Anhang werden wir sehen, wie eine theoretische Variation der Maße der Materie vorausgesagt wird. Wir betrachten zuerst alle Atome. Wir studieren dann Moleküle, die von den Kristallen und von den Metallen gefolgt werden.

DER BOHR-RADIUS -

Bevor wir unserer Studium der Abmessungen der Materie beginnen, bedarf es eines Kommentars über den Bohr-Radius und seines Gebrauchs. Bis jetzt hat a_0 immer als eine Konstante gegolten, weil \hbar , ϵ_0 , e und m_e als Konstante angenommen wurden. In diesem Sinne stellen die meisten Experimentatoren ihre Ergebnisse in Einheiten von bohrs unter Verwendung von $1 \text{ bohr} = a_0 = 5.29177 \times 10^{-11} \text{ m}$ dar [1] (Seite 349). Für einen Experimentator ist per Definition der Zahlenwert gleich einer bohr-Einheit, egal ob die Elektronenbahn im Wasserstoff konstant ist oder nicht.

Für theoretische Ergebnisse ist das anders. Theoretiker könnten sich entscheiden, die Ergebnisse ihrer Berechnungen in Abhängigkeit von a_0 anzugeben (d.h. in den Einheiten von a_0),

um in der Lage zu sein, sie mit den Ergebnissen der Experimente zu vergleichen. Für die Theoretiker wird a_0 als eine Kombination von Parametern definiert. Deshalb ist a_0 nur konstant, wenn alle Parameter konstant sind. Man muss dann beim Lesen von theoretischen Ergebnissen achtgeben und auf die benutzte Methode blicken, um zu sehen, ob es wirklich eine Abhängigkeit von a_0 gibt, oder ob es nur eine Einheit ist. Wir wollen überprüfen, ob die Physik nicht in jenen Berechnungen verloren gegangen ist.

Die meisten Autoren machen ihre Berechnungen in Atomeinheiten, in jenen Einheiten $m_e = e = \hbar = 1$. Das heißt, dass die Einheit der Masse die Elektronenmasse ist. Wenn die Schrödinger-Gleichung (oder die Dirac-Gleichung) in jenen Einheiten ausgedrückt wird, gelangen wir zu einer Gleichung, die von m_e unabhängig zu sein scheint. Die Autoren fahren dann mit numerischen Berechnungen fort, diese Gleichungen zu lösen. Wenn aber die Masse des Elektrons keine Konstante ist, dann ist sie nicht notwendigerweise in Atomeinheiten gleich eins (in Bezug auf das anfängliche Bezugssystem). Das ändert die Schrödinger(oder Dirac)-Gleichung und ihre Lösung, die den Wert des Parameters ändert, nach dem wir suchen (z.B. die Bindungslänge oder den Radius eines Atoms im anfänglichen Bezugssystem). Alle Ergebnisse in diesem Anhang, sind theoretisch, wir vergewisserten uns, dass ihre Abhängigkeit in a_0 wirklich war.

ATOME -

Es ist einfach, den Radius aller wasserstoffähnlichen Atome abzuleiten, angenommen, dass sie gerade wie ein Wasserstoffatom ein Elektron besitzen, das einen Kern der Ladung Z entsprechend Levine [1] umkreist (Seite 525):

„Der durchschnittliche Radius eines wasserstoffähnlichen Atoms ist zum Bohr-Radius a_0 proportional, und a_0 ist umgekehrt zur Elektronenmasse proportional“.

Der Radien aller weiteren Atome sind in [2, 3] gut untersucht worden und die Ergebnisse, die erhalten wurden, sind zum Bohr-Radius proportional. Die Methode, die hier in [2] angewendet wurde, war die Hartree-Fockmethode [4] und hier in [3], die Dirac-Fockmethode, die gerade die Hartree-Fockmethode mit relativistischen Korrekturen wegen der Masse des Elektrons in Bezug auf das Bezugssystem des Kerns ist. Die Dirac-Fockmethode gibt jedoch keine relativistische Korrektur der Elektronenmasse in Bezug auf ein externes Gravitationspotential.

DAS WASSERSTOFF-MOLEKÜL-ION -

Das Wasserstoffmolekül wird aus zwei Wasserstoffatomen gebildet, jedes ist aus einem Elektron und einem Proton gemacht. Sein positives Ion H_2^+ , bestehend aus zwei Protonen und einem Elektron. Das ist ein System, das leicht gelöst werden kann [1, 5, 6]. Nach dem Finden seiner Wellenfunktion und des Kernpotentials (in der Born-Oppenheimer Näherung) war es möglich, den Abstand zwischen den zwei Protonen zu berechnen. Das ergab $2.00 a_0$. (Die Variationsmethode wurde angewendet, um dieses Problem [5] zu lösen. Sie verwendet Wellenfunktionen des Wasserstoffatoms, die vom Bohr-Radius abhängen) Der internukleare Abstand eines Moleküls ist im direkten Verhältnis zur Größe dieses Moleküls. Wir sehen dann, dass die Größe des Wasserstoffmoleküls zu a_0 proportional ist.

Das heißt, dass, wenn wir die Masse des Partikels ändern, das sich über dem Kern bewegt, sich auch die Größe des Wasserstoffmolekül-Ions ändert. Dieses ist bereits von Levine [1] verwirklicht worden (Seite 355):

„Das negative Myon (Symbol m^-) ist ein kurzlebige (Halbwertszeit 2×10^{-6} s)

Elementarteilchen, dessen Ladung die selbe ist wie die eines Elektrons, aber dessen Massen- m_{mis} 207 mal m_e ist. Wenn ein Strahl von den negativen Myonen (produziert, wenn Ionen, die auf hohe Geschwindigkeit beschleunigt werden, mit gewöhnlicher Materie zusammenstoßen) in H_2 -Gas eintritt, führt eine Reihe von Prozessen zur Bildung von myonmolekularen Ionen, die aus zwei Protonen und aus einem Myon bestehen. Diese Spezies, symbolisiert durch $(pmp)^+$, sind ein H_2^+ -Ion, in dem das Elektron durch ein Myon ersetzt worden ist. Sein r_e [der Abstand zwischen den zwei Protonen] ist $2,00\hbar^2 / (mme^2) = 2,00\hbar^2 / (207mee^2) = (2,00/207) \text{ bohr} = 0,51 \times 10^{-12} \text{ m}$.“

Es ist ungefähr hundertmal kleiner als der Bohr-Radius. Wenn wir eines Tages in der Lage sind, ein Molekül mit einem Proton und einem Antiproton zu produzieren, wird der internukleare Abstand dieses Moleküls erstaunlich klein sein. Es ist von diesem Ergebnis offensichtlich, dass die Größe des Wasserstoffmolekül-Ions von der Elektronenmasse abhängt.

ANDERE MOLEKÜLE -

Es sind viele Berechnungen angestellt worden, um die Größe von Molekülen (d.h. die Länge von den Bindungen im Molekül) zu finden [7, 8, 9]. Einige der studierten Moleküle sind F , Cl_2 , $LiCl_2$, Ni , HF und HCl . Für schwerere Moleküle waren die Berechnungen unter Verwendung der internen relativistischen Korrekturen [10, 11, 12] wegen der höheren Masse des Elektrons erfolgt. Die relativistischen Korrekturen wegen eines externen Gravitationspotentials wurden nie berücksichtigt. Einige der Moleküle, die auf diese Art studiert wurden, sind N_2 , N_2^+ , Au_2 , AuH , $AuCl$, Cl_2 , F_2 , Xe_2 , Xe_2^+ , TlH und Bi_2 . Die Tabelle, die von Pyykkö [10] veröffentlicht wurde, ist umfangreich und umfasst mehr als hundert Moleküle. Alle Ergebnisse, die in den Hinweisen zitiert werden, sind in Einheiten von a_0 oder in Einheiten, die mit a_0 zusammenhängen und zu a_0 proportional sind.

KRISTALLE UND METALLE -

Entsprechend Zhdanov [13] (Seite 201) ist der Gleichgewichtsabstand zwischen Partikeln in einem Kristall zum Gleichgewichtsabstand in einem zweiatomigen Molekül proportional, das die gleichen Parameter für die potentielle Energie hat. (Die Proportionalitätskonstante hängt nur von der Struktur des Kristalles ab.) Das heißt, dass die Größe von Kristallen zum Bohr-Radius proportional ist, da wir im vorhergehenden Abschnitt gesehen haben, dass die Größe aller Moleküle (und folglich der Abstand zwischen den Kernen in den zweiatomigen Molekülen) zum Bohr-Radius proportional ist. Außerdem entwickelt der gleiche Autor [13] (Seiten 208-209) ein Ionenmodell für Metalle. Entsprechend diesem Modell kann der Atomradius in einem metallischen Kristall (der definiert wird, als die Hälfte des kürzesten interatomaren Abstands) ausgedrückt werden als:

$$r_0 = \frac{h^2}{8Ame^2} \frac{1}{z^{1/3}}$$

wo h das Planck'sche Wirkungsquantum ist, A ist Madelung's Konstante¹, m ist die Elektronenmasse, e ist die Elementarladung und z ist die Wertigkeit des Atoms. Wir sehen dann, dass die Größe von Metallen zum Bohr-Radius proportional ist, wie in Kapitel eins definiert.

¹ Die Madelung-Konstante ist das Verhältnis der Bindungsenergie pro Ion im Kristallgitter zur Bindungsenergie pro Ion bei einem einzelnen Ionenpaar.

SCHLUSSFOLGERUNG -

Es liegt auf der Hand, dass die Größe aller Materie vom Bohr-Radius und deshalb von der Masse des Elektrons stark abhängig ist. Selbst wenn relativistische Korrekturen innerhalb unter Verwendung Diracs Berechnungen angewendet werden, berücksichtigt diese Korrektur nicht den relativistischen Effekt, der durch ein externes Gravitationspotential verursacht wird. Das heißt, dass, da jeder Gegenstand, den wir kennen, entweder aus Atomen, Moleküle, Kristallen oder Metallen gemacht ist, die Ergebnisse von Kapitel eins hinsichtlich der Ausdehnung und der Kontraktion des Bohr-Radius im Wasserstoffatom auf alle Materie einschließlich Menschen zutreffen. Schließlich stellen wir fest, dass diese Ausdehnung oder Kontraktion wirklich ist.

Literaturhinweise

- [1] Levine, Ira N., Quantum Chemistry, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1991, 629 Seiten.
- [2] Froese Fischer, Charlotte, Average-Energy-of-Configuration Hartree-Fock Results for the Atoms Helium to Radon, *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, volume 12, Seite 87, 1973.
- [3] Desclaux, J. P., Relativistic Dirac-Fock Expectation Values for Atoms with Z=1 to Z=120, *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, volume 12, Seite 311, 1973.
- [4] Froese, Charlotte, Numerical Solution of the Hartree-Fock Equations, *Canadian Journal of Physics*, volume 41, Seite 1895, 1963.
- [5] Cohen-Tannoudji, Claude, Bernard Diu et Franck Laloë, Mécanique quantique, Hermann, Paris, 1986, 1518 Seiten.
- [6] McWeeny, Roy, Coulson's Valence, Oxford University Press, Oxford, 1979, 435 pages.
- [7] Christiansen, Phillip A., Yoon S. Lee and Kenneth S. Pitzer, Improved Ab Initio Effective Core Potentials for Molecular Calculations, *Journal of Chemical Physics*, volume 71, number 11, Seite 4445, 1979.
- [8] Noell, J. Oakey, Marshall D. Newton, P. Jeffrey Hay, Richard L. Martin et Frank W. Bobrowicz, An Ab Initio Study of the Bonding in Diatomic Nickel, *Journal of Chemical Physics*, volume 73, number 5, Seite 2360, 1980.
- [9] Hay, P. Jeffrey, Willard R. Wadt et Luis R. Kahn, Ab Initio Effective Core Potentials for Molecular Calculations. II. All-Electron Comparisons and Modifications of the Procedure, *Journal of Chemical Physics*, volume 68, number 7, Seite 3059, 1978.
- [10] Pyykkö, Pekka, Relativistic Effects in Structural Chemistry, *Chemical Reviews*, volume 88, Seite 563, 1988.
- [11] Ziegler, Tom, Calculation of Bonding Energies by the Hartree-Fock Slater Transition State Method, Including Relativistic Effects, in *Relativistic Effects in Atoms, Molecules and Solids*, G. L. Malli editor, Plenum Press, New York, Seite 421, 1981.
- [12] Ermler, Walter C., Richard B. Ross et Phillip A. Christiansen, Spin-Orbit Coupling and Other Relativistic Effects in Atoms and Molecules, *Advances in Quantum Chemistry*, volume 19, Seite 139, 1988.
- [13] Zhdanov, G. S., Crystal Physics, Academic Press, London, 1965, 500 Seiten.