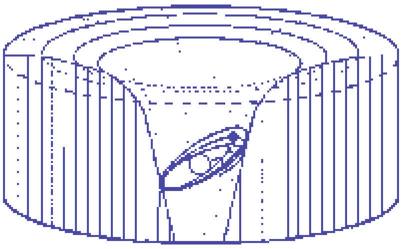

Einsteins Relativitätstheorie kontra klassische Mechanik

Paul Marmet

übersetzt von Mathias Hüfner

Letzte Durchsicht: 05.09.12

Kapitel neun

Gleichzeitigkeit und absolute Lichtgeschwindigkeit.

9,1 - Gleichzeitigkeit kontra identische Uhr-Anzeigen.

Das Problem der Gleichzeitigkeit ist vielfach in der Relativitätstheorie studiert worden. Entsprechend Einstein können simultane Ereignisse in einem Koordinatensystem in einem anderen nicht simultan sein. Dieses ist bekannt als Einsteins Prinzip der Relativität von Gleichzeitigkeit.

Wenn zwei Ereignisse gleichzeitig stattfinden, sagen wir, dass sie simultan sind. Wir wissen, dass Einstein immer der Ansicht war, dass Zeit ist, was Uhren anzeigen. Deshalb meint er, wenn er schreibt, dass zwei Ereignisse in zwei verschiedenen Koordinatensystemen simultan sind, dass sie im Augenblick auftreten, wenn die Uhren der Beobachter in beiden Koordinatensystemen die gleiche Anzeige zeigen. Da wir verstehen, dass die Zeit nicht langsamer fließt, nur weil Uhren langsamer laufen, stiftet Einsteins Aussage viel Verwirrung. Anstatt zu sagen, dass zwei Ereignisse, die in einem Koordinatensystem simultan sind, in anderen nicht simultan sind, hätte er sagen sollen, dass es keine Identität von Uhranzeigen zwischen Uhren in verschiedenen Koordinatensystemen gibt. Zwei Uhren, die sich unabhängig mit verschiedenen Geschwindigkeiten bewegen, behalten keine identischen Uhranzeigen über die Zeit bei. Das heißt, selbst wenn beide Beobachter die Ereignisse zur gleichen absoluten Zeit sehen, dass sie verschiedene Uhranzeigen notieren. Einsteins Relativität von der Gleichzeitigkeit wird nur verständlich, wenn er meint, dass die Uhren verschiedene Anzeigen zu einer gegeben Zeit zeigen können.

9,2 - Gedanken-Experiment auf Uhr-Synchronisation.

Um dieses Problem ausführlicher studieren zu können, wollen wir Abbildung 9,1 betrachten die Einsteins Gedankenexperiment veranschaulicht.

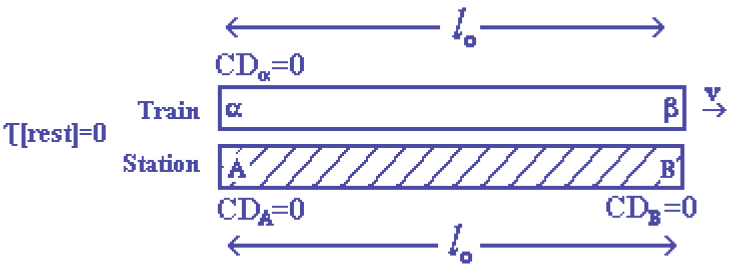

Abbildung 9.1

Die identischen Uhren, die mit A und B beschriftet werden, befinden sich im Ruhezustand an jedem Ende einer Station A-B, die eine Länge l_o[rest] hat. Es gibt keinen Anstieg des Gravitationspotentials in diesem Experiment. Auf der Station A-B hat ein sich bewegender Zug α–β eine solche Länge, dass wenn er in Bewegung ist, die Uhr, die mit α gekennzeichnet ist, an dem einen Ende des Zuges, gerade in Front von Uhr A zur selben Zeit wie die Uhr β passiert, die sich am anderen Ende des Zugs befindet und in Front von Uhr B passiert. Die Uhren α, β, A und B wurden auf der Station identisch errichtet. Uhr α und β wurden später in Bewegung eingesetzt. Die Synchronisierung der Uhren ist unten beschrieben.

9,3 - Synchronisierung der Uhren A und B.

9.3.1 - Methode #1.

Die Uhren A und B auf der Station werden folgendermaßen synchronisiert. Ein Lichtimpuls wird von A ausgestrahlt und über einen Spiegel bei B in Richtung zu A reflektiert. Der Beobachter in A notiert auf seiner Uhr eine Differenz der Uhranzeige ΔCD_A für die Rückkehr des Lichtes.

Wenn die reisende Uhr α an A vorbei kommt, synchronisieren wir willkürlich Uhr α und A zusammen auf null. An diesem Moment wird die absolute Zeit τ[rest] im Koordinatensystem als null definiert:

$$\tau[\text{rest}] = 0 \text{ und } CD_A = CD_\alpha = 0 \qquad 9{,}1$$

Im zweiten Teil des Experimentes, wird ein von A ausgestrahlter Lichtimpuls bei B empfangen. In diesem Moment synchronisiert der Beobachter bei B seine Uhr zu:

$$CD_B = \frac{\Delta CD_A}{2} \qquad 9{,}2$$

Selbstverständlich ist die absolute Zeit überall die selbe. Diese Synchronisierungsmethode gibt eine Uhranzeige auf der Uhr B, die gleich null ist, wenn die Zeit τ[rest] gleich null ist:

$$\tau[\text{rest}] = 0 \text{ wenn } CD_B = 0 \qquad 9{,}3$$

Die Synchronisierung der Uhr β zur Zeit τ[rest]= 0 wird in Abschnitt 9,5 bestimmt.

9.3.2 - Methode #2.

Überhaupt niemand hat experimentell geprüfte, ob die Lichtgeschwindigkeit die selbe ist, wenn sich Licht von A nach B bewegt und wenn die Bewegung von B zu A erfolgt. Michelsons Experiment hat gezeigt, dass die Zeit, die das Licht für eine Rückreise zwischen zwei Punkten benötigt, immer die selbe ist, egal aus welcher Raumrichtung es kommt. Jedoch gibt es einen Fehler in der Michelson-Morley Demonstration. Das Experiment sagt nichts über den möglichen Unterschied der Wegezeit während jeder Hälfte der Reise aus. Einige Forscher, die dieses Problem tiefer erforschen wollten, haben festgestellt, dass die Methode der Synchronisierung, wie sie in Abschnitt 9.3.1 beschrieben ist, nicht angebracht ist, wenn die Lichtgeschwindigkeit in beiden Richtungen nicht identisch ist. Folglich sind andere Methoden der Synchronisierung in der Hoffnung auf die Berücksichtigung der Möglichkeit einer nicht konstanten Lichtgeschwindigkeit in den verschiedenen Richtungen vorgeschlagen worden. Eine sehr originelle Methode [1] besteht darin, eine neue Referenzuhr zu verwendet, die mit μ bezeichnet wird, welche die Anzeige, die Uhr A zeigt, mit einer sehr kleinen Geschwindigkeit ε (in der Größenordnung von 10^{-9} der Lichtgeschwindigkeit) auf der Station von A nach B und dann von B nach A trägt. Auf die Art können die stationären Uhren A und B in jeder Richtung mit der bewegten Uhr μ unabhängig synchronisiert werden. Diese Methode der Synchronisierung ist ziemlich interessant da, eine mögliche Drift der Anzeige auf der Uhr μ bei der sehr niedrigen Geschwindigkeit auf dem Weg von A nach B und zurück geringfügig ist.

Die Zeit, die die Uhr μ benötigt, um sich von A nachB zu bewegen, ist:

$$\tau(\text{A to B})[\text{rest}] = \Delta CD_A[\text{rest}] = \frac{l_o}{\varepsilon}[\text{rest}] \qquad 9,4$$

Wir wollen den Unterschied der Uhranzeigen ΔCD_μ, der auf der Uhr μ während ihrer Fahrzeit von A nach B entsteht mit dem Unterschied der Uhranzeigen ΔCD_A vergleichen, der zur gleichen Zeit auf dem stationären Abstand der Uhr A notiert wird. Unter Verwendung Gleichung 3,10, haben wir:

$$\Delta CD_\mu = \frac{\Delta CD_A}{\gamma_\mu} = \Delta CD_A\sqrt{1-\frac{\varepsilon^2}{c^2}} \qquad 9,5$$

Die ersten zwei Ausdrücke einer Reihenentwicklung ergeben:

$$\Delta CD_\mu = \Delta CD_A\left(1-\frac{\varepsilon^2}{2c^2}\right) \qquad 9,6$$

Von Gleichungen 9,4 und 9,6, haben wir:

$$\Delta CD_{A-\mu} = \Delta CD_A - \Delta CD_\mu = \frac{l_o\varepsilon}{2c^2} \qquad 9,7$$

Da das ε verglichen mit c^2 sehr klein ist (10^{-18}), können wir ε/c^2 als null approximieren. Dieses gibt:

$$\Delta CD\mu = \Delta CD - \Delta CD_{A-A\mu} = 0 \qquad 9,8$$

Infolgedessen können die Uhren A und B unter Verwendung einer dritten Uhr μ effektiv synchronisiert werden, indem die Anzeige von Uhr A mit der sehr niedrigen Geschwindigkeit von A nach B getragen wird. Ähnlich finden wir, dass der Unterschied der Anzeigen zwischen Uhr μ und B unbedeutend ist, wenn sich die Uhr μ von B nach A bewegt. Dieses ist das erzielte Ergebnis, wenn Uhr μ sich in Bezug auf ein ruhendes Koordinatensystem bewegt. Im Falle der Uhr μ, die in einem bewegten Koordinatensystem weitergeht, werden die Berechnungen in Abschnitt 9,7 erfolgen.

9,4 - Verlust der Synchronisation der Uhr α in einem bewegten Koordinatensystem.

Wir wollen den Unterschied der Uhranzeigen auf der Uhr α berechnen, die sich wie auf Abbildung 9,2 gezeigt über die Distanz l_o[rest] von A nach B bewegt.

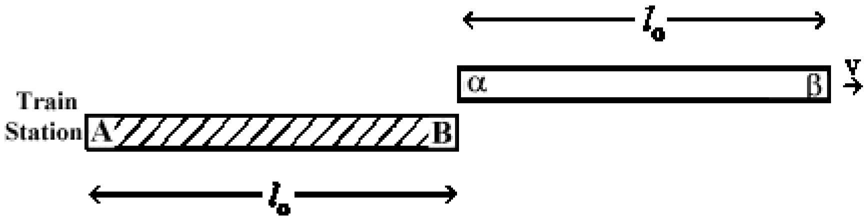

Abbildung 9.2

Da sich der Zug mit der Geschwindigkeit v[rest] bewegt und die zurückgelegte Distanz von α l_o [rest] ist, ist das Zeitintervall $\Delta\tau_1$[rest] für Uhr α um B zu erreichen:

$$\Delta\tau_1[\mathbf{rest}] = \frac{l_o}{\mathbf{v}}[\mathbf{rest}] \qquad 9{,}9$$

Deshalb wird die Uhr α in Front von B sein, wenn:

$$\tau[\mathbf{rest}](\alpha \ \mathbf{at\ B}) = \tau_1[\mathbf{rest}] = \frac{l_o}{\mathbf{v}}[\mathbf{rest}] \quad \mathbf{and} \quad \mathrm{CD_A} = \mathrm{CD_B} = \frac{l_o}{\mathbf{v}} \qquad 9{,}10$$

wo τ_1 die absolute Zeit ist (nach der Anfangssynchronisierung), wenn α bei B ankommt.

Jedoch läuft die bewegte Uhr α mit einer langsameren Rate als Uhr A. Mit Gleichung 3,10 finden wir, dass nach dem von Uhr α genommenen Zeitintervall $\Delta\tau_1$[rest], um Punkt B zu erreichen, die Anzeige auf Uhr α ist:

$$\mathrm{CD}_\alpha(\alpha \ \mathbf{at\ B}) = \frac{\mathrm{CD_A}}{\gamma_v} = \frac{l_o}{\gamma_v \mathbf{v}} \qquad 9{,}11$$

wo γ_v der Wert der γ entsprechend Geschwindigkeit v ist. Von Gleichung 9,11 sehen wir, dass selbst wenn Uhr α anfangs mit Uhr A synchronisiert ist (und mit Uhr B), die Synchronisierung verloren geht, wenn α die Distanz l_o[rest] zurücklegt (oder irgendeine andere Distanz). Die Anzeige der Uhr α wird verspätet in Bezug auf die Uhren A und B im Ruhezustand, wie durch Gleichungen 9,10 und 9,11 gezeigt. Wir wollen den Unterschied der Uhranzeigen zwischen Uhr α und B berechnen, wenn α bei B ist (siehe Abbildung 9,2).

$$\mathrm{CD_B} - \mathrm{CD}_\alpha = \Delta\mathrm{CD}_{\mathrm{B}-\alpha} = \frac{l_o}{\mathbf{v}} - \frac{l_o}{\gamma_v \mathbf{v}} = \frac{l_o}{\mathbf{v}}\left(1 - \frac{1}{\gamma_v}\right) \qquad 9{,}12$$

Die ersten zwei Ausdrücke einer Reihenentwicklung geben:

$$\Delta\mathrm{CD}_{\mathrm{B}-\alpha} = \frac{l_o \mathbf{v}}{2\mathbf{c}^2} \qquad 9{,}13$$

Gleichung 9,13 zeigt, dass, um mit den verschiedenen Taktfrequenzen von α und von A und mit der Synchronisation von α und A kompatibel zu sein, die bewegte Uhr α eine Uhranzeige zeigen muss, die zu $\mathrm{CD_B}$ verschieden ist, wenn Uhr α gerade neben B ist.

9,5 - Synchronisation zwischen den bewegten Uhren α und β (Methode #1).

In Abschnitt 9.3.1, beschrieben wir die Synchronisation von Uhr B mit Uhr A. Die besteht darin, die Uhr B auf die Hälfte des Intervalls ΔCD_A zu stellen. das man dadurch erhält, dass man das Zeitintervall für den Lichtweg von A nach B und zurück bestimmt. Wir berechnen jetzt die Konsequenzen der Anwendung der gleichen Synchronisierungsmethode innerhalb eines bewegten Koordinatensystems. Wir wollen jetzt einen Lichtimpuls als ausgestrahlt von x auf Abbildung 9,3 zur Zeit τ[rest]= 0 betrachten. In diesem Moment haben wir:

$$\tau[\text{rest}]= 0,\ CD_\alpha = CD_A = CD_B = 0 \qquad 9{,}14$$

Wir wollen berechnen, zu welcher absoluten Zeit τ_2 [rest] Licht, das von α ausgestrahlt wird, die Uhr β erreicht, wie auf Abbildung 9,3 veranschaulicht.

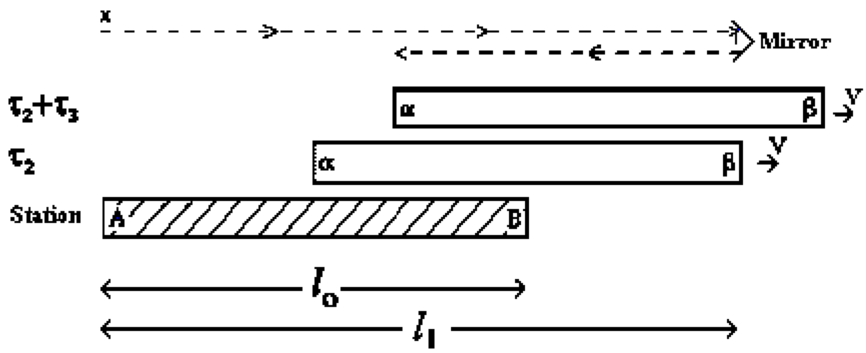

Abbildung 9.3

Wir sehen, dass Licht sich der Uhr β mit einer relativen Geschwindigkeit von c-v nähert. Für den Beobachter im bewegten Koordinatensystem ist der zurückgelegte Abstand l_o [rest]. Das absolute Zeitintervall $\Delta\tau_2$[rest], um die Uhr β zu erreichen ist:

$$\Delta\tau_2[\text{rest}](\text{A to }\beta)=\frac{l_0}{c-v}[\text{rest}]\,\text{with}\,CD_A(\text{light at }\beta) = \frac{l_0}{c-v} \qquad 9{,}15$$

Wenn Licht bei der Uhr β ankommt, ist die Anzeige auf Uhr α:

$$CD_\alpha(\text{light at }\beta) = \frac{CD_A(\text{light at }\beta)}{\gamma_v} = \frac{l_0}{\gamma_v(c-v)} \qquad 9{,}16$$

Nachdem das Licht bei der Uhr β zur Zeit τ_2 [rest] reflektiert worden ist, geht es zurück zu A. Da die Uhr α und das Licht sich jetzt in entgegengesetzte Richtungen bewegen, nähert sich das Licht der Uhr α mit einer relativen Geschwindigkeit von c+v. Das absolute Zeitintervall $\Delta\tau_3$[rest] (β to α) für Licht um von β nach α zu kommen ist:

$$\Delta\tau_3[\text{rest}](\beta\text{ to }\alpha) = \frac{l_0}{c+v}[\text{rest}] \qquad 9{,}17$$

Deshalb ist das gesamte Zeitintervall, damit Licht von A nach β und zurück zu α reist:

$$\Delta\tau[\text{rest}](A\rightarrow\beta\rightarrow\alpha) = \Delta\tau_2[\text{rest}](A \text{ zu } \beta) + \Delta\tau_3[\text{rest}](\beta \text{ zu } A) \quad 9{,}18$$

Unter Verwendung von Gleichungen 9,15 und 9,17 finden wir:

$$\begin{aligned}\tau[\mathbf{rest}](A \rightarrow \beta \rightarrow \alpha) &= \frac{l_o}{\mathbf{c}-\mathbf{v}}[\mathbf{rest}] + \frac{l_o}{\mathbf{c}+\mathbf{v}}[\mathbf{rest}] \\ &= \frac{2l_o\mathbf{c}}{\mathbf{c}^2-\mathbf{v}^2}[\mathbf{rest}]\end{aligned} \quad 9{,}19$$

Die Vernachlässigung von v^2, das mit c^2 verglichen wird, gibt:

$$\tau[\mathbf{rest}](A \rightarrow \beta \rightarrow \alpha) = \frac{2l_o}{\mathbf{c}}[\mathbf{rest}] \qquad 9{,}20$$

Da sich die Uhren α und β bewegen, ist ihre Taktfrequenz γ_V mal langsamer als die Taktfrequenz der Uhren A und B. Folglich ist nach Gleichung 9,20 nach der Rückkehr des Lichtes (A→β→α) die Anzeige auf Uhr α :

$$\mathrm{CD}_\alpha(A \rightarrow \beta \rightarrow \alpha) = \frac{2l_o}{\gamma_V\mathbf{c}} \qquad 9{,}21$$

Wir wollen jetzt Uhr β mit Uhr α unter Verwendung der Methode #1 synchronisieren. Da Licht von α bei $CD_\alpha = 0$, unter Verwendung Gleichung 9,21 in dem Augenblick ausgestrahlt wird, wenn Licht bei β ankommt, muss Uhr β synchronisiert werden:

$$\mathrm{CD}_\beta(\textbf{light at }\beta) = \frac{1}{2}\mathrm{CD}_\alpha(A \rightarrow \beta \rightarrow \alpha) = \frac{l_o}{\gamma_V\mathbf{c}} \quad 9{,}22$$

Wir haben jedoch in Gleichung 9,16 gesehen, dass im selben Augenblick Uhr α eine andere Anzeige zeigt. Deshalb gibt diese Methode der Synchronisierung verschiedene Uhranzeigen zum gleichen Augenblick auf den Uhren α und β. Dieser Unterschied wird durch Gleichungen 9,16 und 9,22 gegeben:

$$\mathrm{CD}_\alpha - \mathrm{CD}_\beta = \frac{l_o}{\gamma_V}\left(\frac{1}{\mathbf{c}-\mathbf{v}} - \frac{1}{\mathbf{c}}\right) = \frac{l_o\mathbf{v}}{\gamma_V\mathbf{c}^2} \qquad 9{,}23$$

Deshalb darf bei τ[rest] = 0 (wenn $CD\alpha = 0$) Uhr β nicht zur gleichen Anzeige wie Uhr α synchronisiert werden. Unter Verwendung von Gleichung 9.23 zeigt die Synchronisierungsmethode #1, dass wir bei τ[rest] = 0 haben müssen:

$$\tau[\mathbf{rest}] = 0,\ \mathrm{CD}_\alpha = 0,\ \mathrm{CD}_\beta = -\frac{l_o\mathbf{v}}{\gamma_V\mathbf{c}^2} \qquad 9.24$$

Das in Gleichung 9.24 berechnete Phänomen notwendig für eine vollständige Erklärung des Mechanismus der Periheldrehung des Merkurs wie in Abschnitt 5.6. bemerkt.

9,6 - Asymetrische relative Lichtgeschwindigkeit.

Wir haben gesehen, dass das Zeitintervall $\Delta\tau_2$[rest] für Licht (Gleichung 9,15), um von α zu β zu gehen, größer ist als das Zeitintervall $\Delta\tau_3$ [rest] (Gleichung 9,17) für die Rückkehr von β zu A. Jedoch werden die Standorte von α und β zwischen denen Licht sich bewegt, immer durch den konstanten Abstand l_o[rest] getrennt.

Weil wir die Synchronisierungsmethode #1 auf die Uhren α und β anwendeten, sind die notierten Unterschiede der Uhranzeigen auf jenen lokalen Uhren, wenn Licht von α zu β und von β zu α reist, identisch. Infolgedessen führt Einsteins Synchronisierungsmethode zu einem Unterschied bei der Synchronisation zwischen Uhr α und β, in der Weise, dass sie den bewegten Beobachter daran hindert, zu ermitteln, dass die absolute Zeit, die Licht von α zu β benötigt verschieden ist von der Zeit, sich von β zu A zu bewegen. Es ist dieser Unterschied der Synchronisierung zwischen Uhr α und β, der die Beobachter bei α und bei β daran hindert, festzustellen, dass das Licht, das sich ihnen nähert, eine relative Geschwindigkeit hat, die von c verschieden ist. Der Ausdruck „Lichtgeschwindigkeit“ ist zu vage. Es ist viel bedeutender, die Geschwindigkeit zu beschreiben, mit der Licht sich einem Beobachter nähert oder von ihm entfernt. Unter Verwendung dieser Beschreibung kann die Lichtgeschwindigkeit in Bezug auf einen Beobachter von c verschieden sein.

Wir sehen, dass diese konstante Zahl, welche die absolute Lichtgeschwindigkeit in jedem möglichem Koordinatensystem darstellt ([in den Einheiten des Koordinatensystems]) nur eine mathematische Illusion ist. Wir haben gezeigt, dass es an der unterschiedlichen Taktfrequenz im bewegten Koordinatensystem und der Uhrsynchronisation des bewegten Beobachters liegt. Tatsächlich ist die Lichtgeschwindigkeit nur eine absolute Konstante in einem absoluten Koordinatensystem im Ruhezustand, aber wegen der verschiedenen Taktfrequenz im bewegten Koordinatensystem und der Synchronisierung ***sieht*** sie in jedem beliebigen Koordinatensystem ***konstant aus***.

Man muss innerhalb eines bewegten Koordinatensystems feststellen, dass immer ein Unterschied von Uhranzeigen zu einem gegebenen Augenblick zwischen zwei Uhren (α und β) existiert, die sich in diesem Koordinatensystem befinden. Infolgedessen erfüllt die Synchronisierungsmethode #1 innerhalb eines bewegten Koordinatensystems den Zustand einer ***scheinbar*** konstanten Lichtgeschwindigkeit, führt aber zu einer anderen Einstellung der Uhren α und β für den selben Augenblick. Tatsächlich erscheint im bewegten Koordinatensystem alles dasselbe wie überall sonst, weil die lokalen Parameter sich genau in der gleichen Weise ändern, um es so erscheinen zu lassen. Wir werden zeigen, dass diese offensichtliche Absolutheit von Parametern innerhalb der einzelnen Koordinatensysteme auch erscheint, wenn andere Synchronisierungsmethoden angewendet werden. Man kann sagen, dass der Beobachter getäuscht wird, welche Technik er auch benutzt, um seine Bewegung zu ermitteln.

9,7 - Synchronisierung der Uhren α und β (Methode #2).

Wir haben in den Abschnitten 9,5 und 9,6 gesehen, dass innerhalb des bewegten Koordinatensystems, die Synchronisierungsmethode #1 nicht (zu einer gegebenen Zeit τ [rest]) zur gleichen Uhranzeige auf Uhr α und β führt, selbst wenn sie am gleichen Koordinatensystem befestigt sind. Ein bewegter Beobachter glaubte möglicherweise, dass er diesen Unterschied von Uhranzeigen unter Verwendung der Synchronisierungsmethode #2 ermitteln könnte, die darin besteht, dass er eine dritte Uhr μ mit der niedrigen Geschwindigkeit von α nach β verschiebt. Wir haben in Abschnitt 9.3.2 gesehen, dass es keine Verschiebung der Uhranzeige auf Uhr μ gibt, wenn sie sich langsam über ein Koordinatensystem im Ruhezustand von A nach B bewegt. Wir wollen jetzt studieren, was geschieht, wenn wir Uhr μ innerhalb des bewegten Koordinatensystems von α nach β bewegen.

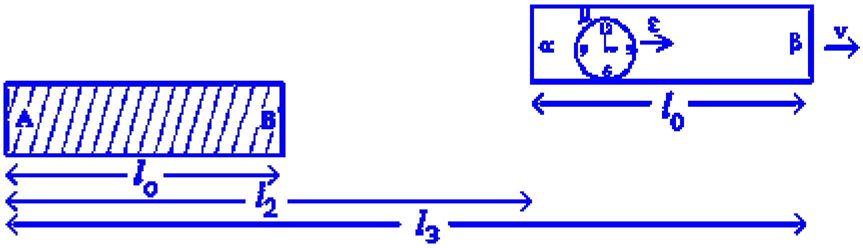

Abbildung 9.4

Abbildung 9,4 veranschaulicht einen Zug, der sich mit Geschwindigkeit v in Bezug auf die Station bewegt. Seine Länge ist l_o [rest]. Uhr μ innerhalb des Zugs bewegt sich mit einer sehr kleinen Geschwindigkeit in Bezug auf den Zug (unter Verwendung der Ruheeinheiten). Der Beobachter auf der Station misst die Geschwindigkeit der Uhr μ, die um ε[rest] größer als die Geschwindigkeit v[rest] des Zugs ist. Die Gesamtgeschwindigkeit u[rest] der Uhr μ in Bezug auf die Station ist dann:

$$u[rest] = v[rest]+\varepsilon[rest] \qquad 9{,}25$$

Wir wollen das Zeitintervall Δτ[rest] für die Uhr μ berechnen, wenn sie sich von α nach β bewegt. Innerhalb des Zugs muss die Uhr μ den bewegten Abstand l_o[rest] mit einer relativen Geschwindigkeit von ε[rest] zurücklegen. Das Zeitintervall $\Delta\tau_4$[rest] für die Uhr μ, um den bewegten Abstand l_o[rest] zurückzulegen, ist:

$$\Delta\tau_4[\mathbf{rest}] = \frac{l_o}{\varepsilon}[\mathbf{rest}] \qquad 9.26$$

Der Abstand l_2[rest], den der Zug während dieses Zeitintervall $\Delta\tau_4$[rest] zurücklegt, ist:

$$l_2[\mathbf{rest}] = \mathrm{v}\Delta\tau_4[\mathbf{rest}] = \mathrm{v}\frac{l_o}{\varepsilon}[\mathbf{rest}] \qquad 9{,}27$$

Die Gesamtstrecke l_3[rest], die die Uhr μ zurücklegt, ist dann:

$$l_3[rest] = l_2[rest] + l_o[rest] \qquad 9.28$$

Der Unterschied der Uhranzeigen auf Uhr α, die die Distanz l_2[rest] zurückgelegt hat, ist:

$$\Delta CD_\alpha = \frac{\Delta CD_A(l_2)}{\gamma_v} = \frac{l_o}{\gamma_v\varepsilon} \qquad 9{,}29$$

wo ΔCD_A (l_2) der Unterschied der Uhranzeigen auf Uhr A (oder B) entsprechend $\Delta\tau_4$ [rest] ist. Der Unterschied von Uhranzeigen auf Uhr μ , die an Bord des Zugs l_o[rest] zurücklegt, ist:

$$\Delta CD_\mu = \frac{\Delta CD_A(l_2)}{\gamma_\mu} = \frac{l_o}{\gamma_\mu\varepsilon} \qquad 9{,}30$$

wo γ_μ der Wert des γ entsprechend der Geschwindigkeit v+ε der Uhr μ ist. Der Unterschied von Uhranzeigen zwischen Uhr α (oder β) und Uhr μ ist, unter Verwendung von Gleichungen 9,29 und 9,30:

$$\Delta CD_\alpha - \Delta CD_\mu = \frac{l_o}{\varepsilon}\left(\frac{1}{\gamma_v} - \frac{1}{\gamma_\mu}\right) \qquad 9{,}31$$

Unter Verwendung der ersten zwei Ausdrücke einer Reihenentwicklungen finden wir:

$$\frac{1}{\gamma_v} = 1 - \frac{v^2}{2c^2} \qquad 9{,}32$$

und

$$\frac{1}{\gamma_\mu} = 1 - \frac{(v+\varepsilon)^2}{2c^2} = 1 - \frac{v^2 + 2v\varepsilon + \varepsilon^2}{2c^2} \qquad 9{,}33$$

Gleichungen 9,32 und 9,33 ergeben in erster Ordnung:

$$\frac{1}{\gamma_v} - \frac{1}{\gamma_\mu} = \frac{v\varepsilon}{c^2} \qquad 9{,}34$$

Deshalb ist der Unterschied zwischen dem ΔCD_μ auf der bewegten Uhr innerhalb des Zugs und ΔCD_α auf der Uhr, die sich mit dem Zug bewegt:

$$\Delta\Delta CD_{\alpha-\mu} = \Delta CD_\alpha - \Delta CD_\mu = \frac{l_o}{\varepsilon}\frac{v\varepsilon}{c^2} = \frac{l_o v}{c^2} \qquad 9{,}35$$

Wir sehen, dass der Unterschied von Uhranzeigen $\Delta\Delta CD_{\alpha-\mu}$, der durch Gleichung 9,35 gegeben ist, direkt proportional(in erster Ordnung) zur Geschwindigkeit v des Zugs ***unabhängig von der Geschwindigkeit ε*** der Uhr μ ist.. Infolgedessen wird eine langsame Uhr μ innerhalb eines fahrenden Zugs einer Verlangsamung ihrer Taktfrequenz ausgesetzt, weshalb, wenn sie Uhr β erreicht, ihre Anzeige nicht mehr die selbe ist wie Uhr α, wie in Gleichung 9,35 gezeigt. Wir wollen diese Drift der Anzeige vergleichen mit dem Unterschied von Uhranzeigen zwischen der Uhr α und β, gegeben in Gleichung 9,23 wegen der Synchronisierung von α mit β. Wir haben in Gleichung 9,23 gesehen, dass der Unterschied von Uhranzeigen (in erster Ordnung) zwischen Uhr α und β in einem gegebenen Augenblick ist:

$$\begin{aligned} CD_\alpha - CD_\beta &= \frac{l_o v}{\gamma_v c^2} = \frac{l_o v}{c^2}\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \\ &= \frac{l_o v}{c^2}\left(1 - \frac{v^2}{2c^2}\right) = \frac{l_o v}{c^2} \end{aligned} \qquad 9{,}36$$

Gleichung 9,36 (oder 9,23) ist zu Gleichung 9,35 identisch. Infolgedessen ist die Drift der Uhranzeige auf Uhr μ, wenn sie von α nach β bewegt wird zum Anfangsunterschied der Synchronisierung zwischen Uhr α und β identisch. Wenn Uhr μ von α kommend bei β ankommt, vermutlich die Anzeige von α tragend, ist ihre Anzeige zur Anzeige auf Uhr β identisch.

Um den Fall zu studieren, wenn sich Uhr μ in die entgegengesetzte Richtung bewegt, müssen wir nur v+ε in Gleichung 9,33 durch v-ε ersetzen und ΔCD_α in Gleichung 9,31 durch ΔCD_β ersetzen. Das ist korrekt, weil Gleichung 9,29 keine Uhranzeige sondern einen Unterschied von Uhranzeigen angibt. Gleichung 9,34 bleibt die selbe außer einem negativen Vorzeichen und wir erhalten für 9,35:

$$\Delta\Delta CD_{\beta-\mu} = -\frac{l_o v}{c^2} \qquad 9{,}37$$

Wir sehen dann, dass, wenn sich Uhr μ langsam in die entgegengesetzte Richtung von β zu α bewegt, sie schneller läuft, sodass, wenn sie bei Uhr α ankommt, ihre Anzeige die selbe ist wie die, die bereits von der Uhr α existiert. Wir sehen, dass Uhr μ die Anzeige der Uhr α hat, wenn sie nahe α gefunden wird, und die Anzeige von Uhr β zeigt, wenn sie nahe β gefunden wird. Man muss feststellen, dass die Synchronisierungsmethode #2 überhaupt nicht imstande ist, den Unterschied von Uhranzeigen zwischen α und β innerhalb eines bewegten Koordinatensystems aufzudecken, der durch Synchronisierungsmethode #1 erzeugt wird.

9,8 - Literaturhinweise.

[1] Diese Methode ist von F. Selleri, Universita-Di Bari, Dipartimento di Fisica, Sezione, INFN, über Amendola, 173, I70126 Bari, Italien häufig benutzt worden.

9,9 - Symbole und Variablen.

CD_A	Uhranzeige auf Uhr A
CD_α	Uhranzeige auf Uhr a
CD_B	Uhranzeige auf Uhr B
CD_β	Uhranzeige auf Uhr b
l_o [rest]	Länge der Station und des bewegten Zugs in Ruheeinheiten
τ [rest]	absolute Zeit (in den Ruheeinheiten)

<><><><><><><><><><><><>