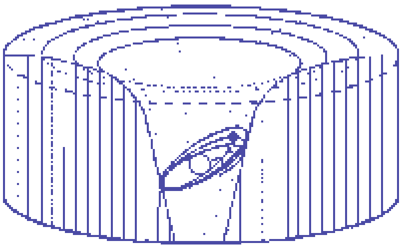

Einsteins Relativitätstheorie kontra klassische Mechanik

Paul Marmet

übersetzt von Mathias Hüfner

Letzte Durchsicht:11.09.12

Kapitel fünf
Berechnung der Drehung des Perihels von Merkur.

5,1 - Mathematische Transformation von Einheiten zwischen Bezugssystemen.

In diesem Kapitel beschäftigen wir uns mit zwei Arten von Transformationen. Die erste Art ist eine mathematische Transformation von Einheiten, die keine physikalische Änderung an den beschriebenen Quantitäten vornimmt. In solch einer Transformation gibt es keine Physik, nur Mathematik. Zum Beispiel wollen wir annehmen, dass wir eine Stange auf dem Merkur messen und finden, dass sie 100mal länger als das lokale Merkur-Meter ist. Dann sagen wir, dass die Länge der Stange 100 Merkur-Meter ist. Jedoch wenn wir wissen, dass auf Merkur das lokale Meter 1% länger ist, als das lokale Bezugsmeter im Weltraum, wissen wir, dass die gleiche Stange in Wirklichkeit 101mal dem Weltraum-Bezugsmeter gleich ist. Diese zwei Beschreibungen durch Einheiten von verschiedenen Bezugssystemen sind tadellos identisch. Die Stange hat sich nicht geändert.

Der Beobachter auf dem Merkur kann auch seine Uhr benutzen, um ein Zeitintervall zu messen. Wenn der Beobachter auf dem Merkur 100 Einheiten auf seiner Uhr (d.h. 100 Merkur-Sekunden) misst und weiß, dass Uhren auf dem Merkur mit einer Rate, die 1% langsamer ist als im Weltraum, können wir berechnen, dass während dieses absoluten Zeitintervalls der Unterschied der Uhranzeige auf einer Uhr im Weltraum 101 Weltraumeinheiten sind. Keine Physik wird in diese Transformation mit einbezogen, nur Mathematik. Das gleiche physikalische Phänomen wird unter Verwendung der verschiedenen Einheiten beschrieben.

Andere Einheiten müssen auch umgewandelt werden. Zum Beispiel ändert sich die absolute Masse der Sonne nicht, nur weil wir sie vom Merkur aus nahe der Sonne beobachten. Jedoch führt das Messen der gleichen Sonnenmasse unter Verwendung der kleineren Merkur-Masseneinheit zu eine größere Anzahl dieser. Ähnlich ändert sich die physikalische Größe der absoluten Fallbeschleunigung G nicht, weil das Phänomen nahe der Sonne stattfindet. Wir haben in Kapitel 4 gesehen, dass die absolute Konstante G durch die verschiedenen Anzahlen von Merkur- und Weltraum-Einheiten dargestellt wird. Wieder ist keine Physik beteiligt.

5.1.1 - Konsequenz einer einfachen Änderung der Einheiten.

Wir wollen annehmen, dass wir unter Verwendung von Newtons Beziehungen die Periode von Merkur unter Verwendung von Merkur-Einheiten berechnen möchten. Wir müssen diese Antwort mit der dann vergleichen, die mit den gleichen Beziehungen unter Verwendung der Weltraum-Einheiten erreicht wird. Wenn wir das tun, finden wir, dass die Anzahlen von Einheiten, die während des Zeitraums gefunden werden, verschieden sind. Wenn wir jedoch berücksichtigen, dass die Merkur-Uhr mit einer langsameren Rate läuft, sehen wir, dass die absoluten Zeiten, die von jedem Bezugssystem erhalten werden, die selben sind.

Im nächsten Abschnitt sehen wir, dass, um mit dem Prinzip der Masse-Energie-Erhaltungim Einklang zu sein, man eine andere Art Transformationen hinzufügen muss, die physikalische Transformationen sind. Im Gegensatz zu den identischen Konsequenzen, resultierend aus der mathematischen Transformation, die oben erklärt wurden, werden verschiedene absolute Ergebnisse gefunden, wenn Newtons Gesetze mit den richtigen Werten angewendet werden, die zu verschiedenen Bezugssystemen gehören.

5,2 - physikalische Transformationen wegen der Masse-Energie Erhaltung.

Die zweite Art von Transformationen besteht aus wirklichen physikalischen Änderungen. Wir haben in den Kapiteln 1 und 3 gesehen, dass wenn ein Gegenstand im Weltraum auf den Merkur verschoben wird, seine absoluten Massen sich wegen der Änderung des Gravitationspotentials und der kinetische Energie ändert. (Im Falle der Gravitationsenergie, wird der Unterschied der Masse in Arbeit umgewandelt). Der Gegenstand, der auf dem Merkur bleibt, unterscheidet sich physikalisch von dem Gegenstand, der im Weltraum existierte, weil sich die Abmessungen seiner Atome, ihre Masse und ihre Taktfrequenz geändert haben. Diese physikalische Änderung der Masse ist von der oben erwähnten mathematischen Änderung der Einheiten ziemlich verschieden.

Hier ist ein Beispiel: Ein Beobachter auf Merkur misst, dass eine Masse in seinem Bezugssystem 100mal größer ist als die Masseneinheit auf Merkur. Ein anderer Beobachter im Weltraum misst die Masse des gleichen Gegenstandes, nachdem er in den Weltraum getragen worden ist. In diesem neuen Bezugssystem findet der Beobachter im Weltraum die gleiche Anzahl (100) von neuen Massen-Einheiten. Beide Beobachter messen 100 lokale Kilogramm. Jedoch hat sich die absolute Masse dieses Gegenstandes geändert, wenn sie vom Ort des Merkurs zum Weltraum bewegt wurde. Das Merkur-Kilogramm ist nicht das Weltraumkilogramm. Um dieses zu verstehen, müssen wir die Masse am Merkur-Standort unter Verwendung der Weltraumeinheiten kennen. Das Prinzip der Masse-Energie-Erhaltung anwendend, finden wir, dass bei der gleichen Weltraumeinheiten die Masse des Gegenstandes sich auf nur 99 Weltraumkilogramm verringert hat, wenn sie zum Merkur geholt wird (da das Merkur-Kilogramm 1% leichter als das Weltraumkilogramm ist). Das ist eine wirkliche physikalische Änderung. Es ist keine einfache mathematische Transformation von den Einheiten wie in Abschnitt 5,1 erklärt.

Wir sehen in Abschnitt 5,3, dass diese physikalischen Änderungen zu Ergebnisse führen, die physikalisch verschieden sind, wenn sie unter Verwendung der richtigen Werte in den verschiedenen Bezugssystemen berechnet werden. Unter Verwendung von Newtons klassischer Mechanik finden wir, dass die Ergebnisse, die unter Verwendung der richtigen Parameter in einem Bezugssystem erzielt werden, nicht mit den Ergebnissen konsistent sind, die unter Verwendung der Parameter erzielt werden, die für ein anderes Bezugssystem typisch sind.

Um diese Beschreibung in diesem Kapitel zu erklären, verwenden wir den Ausdruck ***Transformation von Einheiten*** um nur eine reine mathematische Transformation von Einheiten zu kennzeichnen. Wenn jedoch eine physikalische Änderung als Folge der Masse-Energie-Erhaltung beteiligt ist, sprechen wir von einer ***Transformation von Parametern***.

Wir sind der Ansicht, dass die Interaktionen zwischen den physikalischen Elementen auf Merkur (wie Felder, Massen, Längen und Taktfrequenzen) unter Verwendung von Merkur-

Parameter, die selben sein müssen wie die, die wir im Weltraum unter Verwendung der Weltraumparameter berechnen. Das heißt, dass die mathematischen Beziehungen, die in der Physik weithin so bekannt sind, die einzigen sind, die gültig sind, aber es wird gefordert, dass wir auf Merkur die physikalischen Quantitäten von Merkur (Masse, Länge und Taktfrequenz) verwenden, während im Weltraum wir die physikalischen Quantitäten verwenden(die unterschiedlich sind), die im Weltraum existieren. Das heißt, wir müssen immer die richtigen Werte verwenden. Es ist ***total unlogisch,*** physikalische Parameter des Weltraumes am Merkur-Standort zu verwenden. Auf Merkur müssen wir notwendigerweise die physikalische Parameter verwenden, die auf Merkur existieren.

5,3 - Zusammenhanglosigkeit zwischen Weltraum- und Merkur-Vorhersagen unter Verwendung der Newtonschen Physik.

In diesem Buch verwenden wir Newtons Gleichungen, die immer in allen Bezugssystemen tadellos gültig sind. Jedoch, es gibt einen Unterschied zwischen Newtons Gleichungen und Newtons Physik. Newtons Physik ist zu der Physik verschieden, die in diesem Buch beschrieben wird, weil sie nicht mit dem Prinzip von der Masse-Energie-Erhaltung kompatibel ist. In Newtons Physik gibt es keinen Platz für Änderungen der Masse, der Länge und der Taktfrequenz. Entsprechend dieser Physik ändert sich die Masse eines Gegenstandes im Weltraum nicht, wenn sie zum Merkur-Standort oder überall hin im Universum transportiert wird.

Wir wollen annehmen, ein newtonscher Beobachter möchte die Periode von Merkur messen. Er möchte seine Masse wissen. Um dies zu tun, stellt er sich das folgende Gedankenexperiment vor. Er nimmt Merkur aus seiner Bahn heraus zum Weltraum und setzt den Planeten in eine Balance, um sein Masse zu messen. Dann setzt er Merkur zurück in seine Bahn. Wenn er ein newtonscher Beobachter ist, der Newtons Physik verwendet, ist die Masse, die er in seinen Berechnungen von Merkurs Periode benutzt, die Masse die er gerade im Weltraum maß. Jedoch wissen wir, dass diese Masse wegen Masse-Energie-Erhaltung falsch ist. Wir wissen auch, dass andere Parameter (wie Länge und Taktfrequenz) am Merkur-Standort wegen der Änderung der Masse geändert sind. Deshalb ist die newtonsche Berechnung der Bahn von Merkur dieses Beobachters falsch, selbst wenn er die korrekten Gleichungen verwendet.

Wir sehen, dass, wenn die Bahn eines Planeten, der sich um die Sonne bewegt, unter Verwendung der physikalischen Parameter des Weltraumes berechnet wird, wir eine perfekte Ellipse finden. Jedoch wenn wir die richtigen Parameter verwenden, die von Merkur existieren, finden wir eine andere Bahn, die eine präzisierende Ellipse ist. Dieses erklärt die Periheldrehung von Merkur. Wenn wir die Änderungen der Masse, der Länge und der Taktfrequenz auf Merkur in Bezug zum Weltraum vernachlässigen, finden wir eine fehlerhafte Vorhersage, weil wir physikalische Parameter des Weltraumes anstelle der richtigen Parameter verwenden.

5,4 - Zusammenhanglosigkeit der Gravitationskraft unter Verwendung Newtons Physik.

Wir wollen ein Beispiel nennen, das zeigt, dass die berechnete Schwerkraft verschieden ist abhängig davon, was für physikalischen Parameter verwendet werden (Weltraum oder Merkur). Für den newtonschen Beobachter ist die Gravitationskraft:

$$F_G(o.s.) = G(o.s.)M(\underline{S})(o.s.)\frac{M(\underline{M})_{o.s.}(o.s.)}{R_M^2(o.s.)} \quad 5{,}1$$

Für diesen Beobachter gibt es keinen Unterschied, ob der Subindex von $M(\underline{M})_{o.s.}$ oder M ist. Wir schreiben o.s., weil dieser Beobachter Newtons Physik verwendet, die immer eine konstante Masse annimmt. Die relevanten physikalischen Parameter am Merkur-Standort sind:

$$F_G(M) = G(M)M(\underline{S})(M)\frac{M(\underline{M})_M(M)}{R_M^2(M)} \quad 5{,}2$$

Alle physikalischen Parameter in Gleichung (5,2) müssen physikalische Parameter des Merkurs sein, weil der dort ist, wo die Interaktion stattfindet. Wir vergleichen jetzt diese zwei Gleichungen. Wir wissen, dass die Anzahl von Merkur-Einheiten, um die Masse von Merkur am Merkur-Standort zu messen die selbe ist wie die Anzahl von Weltraumeinheiten ist, um die Masse von Merkur im Weltraum zu messen. Das ergibt:

$$M(\underline{M})_M(M) = M(\underline{M})_{o.s.}(o.s.) \quad 5{,}3$$

Das Verhältnis zwischen der Anzahl der Einheiten der Masse der Sonne im Weltraum und in Merkur-Einheiten wird durch Gleichung (4,43) gegeben:

$$M(\underline{S})(o.s.) = M(\underline{S})(M)\left(1 - \frac{GM(\underline{S})}{c^2R_M}\right) \quad 5{,}4$$

Das Verhältnis zwischen den Anzahlen von den Metern, um den Abstand von Merkur von der Sonne im Weltraum und in Merkur-Einheiten zu messen, kann von Gleichung (4,34) abgeleitet werden:

$$R_M(o.s.) = R_M(M)\left(1 + \frac{GM(\underline{S})}{c^2R_M}\right) \quad 5{,}5$$

Schließlich wird das entsprechende Verhältnis für die Fallbeschleunigung G durch Gleichung (4,65) gegeben:

$$G(o.s.) = G(M)\left(1 + \frac{GM(\underline{S})}{c^2R_M}\right)^2 \quad 5{,}6$$

Gleichungen (5,3), (5,4), (5,5) und (5,6) in (5,2) eingesetzt ergeben:

$$F_G(M) = G(o.s.)M(\underline{S})(o.s.)\left(1 + \frac{GM(\underline{S})}{c^2R_M}\right)\frac{M(\underline{M})_{o.s.}(o.s.)}{R_M^2(o.s.)} \quad 5{,}7$$

Um die Gravitationskraft, die unter Verwendung Merkur-Einheiten berechnet wurde mit der Kraft, die unter Verwendung der Weltraumeinheiten berechnet ist zu vergleichen, wollen wir die Anzahl der Einheiten der Kraft F_G (M) in die entsprechende Anzahl von Weltraumeinheiten umwandeln. Von Gleichung (4,70) haben wir:

$$F_G(M) = F_G(o.s.)\left(1 + \frac{GM(\underline{S})}{c^2R_M}\right)^2 \quad 5{,}8$$

Gleichung (5,7) mit (5,8) ergibt:

$$F_G(o.s.) = G(o.s.)M(\underline{S})(o.s.)\left(1 + \frac{GM(\underline{S})}{c^2R_M}\right)^{-1}\frac{M(\underline{M})_{o.s.}(o.s.)}{R_M^2(o.s.)} \quad 5{,}9$$

Wir müssen bemerken, dass Gleichung (5,9) nicht einer einfachen Transformation von

Einheiten entspricht. Die physikalischen Parameter, die auf dem Merkur existieren, sind berücksichtigt worden.

Unter Verwendung der physikalischen Parameter, die von Merkur und von den Weltraumeinheiten existieren, zeigt Gleichung (5,9), dass die absolute Gravitationskraft auf dem Merkur von der verschieden ist, die unter Verwendung der physikalischen Parameter berechnet wird, die im Weltraum existiert und in Gleichung (5,1) gegeben ist. Die zwei Ergebnisse stimmen nicht überein. Sie sagen verschiedene Bahnen voraus. Wie oben erklärt, erfordert die logische Wahl, dass wir die Gleichung wählen, die unter Verwendung der richtigen physikalischen Parameter erhalten wird, die an dem Standort existieren, an dem die Interaktion von Merkur mit dem Gravitationsfeld stattfindet. Wir müssen die Berechnung zurückweisen, die unter Verwendung der Weltraumparameter erreicht wird, wenn das Experiment auf dem Merkur stattfindet. Schließlich stellen wir jetzt fest, dass Gleichungen (5,1) die Grenze zu Gleichung (5,9) ist, wenn $R_M \rightarrow \infty$ ist.

Es gibt eine andere direkte Konsequenz der Masse-Energie-Erhaltung. Im Gegenteil zu Gleichung (5,1), sehen wir in Gleichung (5,9), die unter Verwendung der physikalischen Parameter vom Mars entstand, dass die Abnahme der Gravitationskraft nicht mehr tadellos quadratisch ist. Wir werden in Kapitel 6 sehen, dass in der klassischen Mechanik die Bahnen eines Gegenstandes, der einer nicht quadratischen Gravitationskraft unterworfen ist, eine Präzession haben müssen.

5,5 - Relevante physikalische Parameter.

Wir wollen annehmen, dass ein Gegenstand auf dem Merkur eine Länge von 100 Merkur-Metern hat. Das heißt, dass unabhängig von den benutzten Einheiten für die Beschreibung, das die relevante physikalische Länge ist. Wenn wir finden, dass das Meter auf dem Merkur 1% länger ist, als das Weltraummeter, kann diese Länge durch 101 Weltraummeter dargestellt werden. Jedoch würde ein newtonscher Beobachter im Weltraum 100 Weltraummeter von seiner eigenen (falschen) Berechnung voraussagen.

Wenn im Falle der Zeit der Beobachter auf dem Merkur misst, dass ein Phänomen 100 Merkur-Sekunden dauert, bedeutet diese, dass der Beobachter im Weltraum das gleiche Zeitintervall auf seiner Uhr (die 1% schneller läuft) zu 101 Weltraumsekunden messen wird. Für den Beobachter im Weltraum bedeutet dieses, dass die Physik auf Merkur so ist, dass das Phänomen langsamer abläuft. Wir müssen uns daran erinnern, dass dieses hier keine einfache Transformation von mathematischen Einheiten ist. Der Unterschied liegt an der Verlangsamung der Prozesse auf dem Merkur, um die interne Kohärenz innerhalb des Merkur-Bezugssystemems beizubehalten. Man muss daran erinnern, dass, wenn das Phänomen im Weltraum stattfindet, der Weltraumbeobachter auch 100 seiner Sekunden misst, die von 100 Merkur-Sekunden verschieden sind. Da jedoch das Phänomen auf dem Merkur stattfindet, benötigt es eine zusätzliche Weltraum-Sekunde, bevor es abgeschlossen wird.

Wenn man ein physikalisches Phänomen vom Weltraum aus beobachten könnte, das in einem sehr tiefen Gravitationspotential stattfindet, würde man sehen, dass Gegenstände größer sind und langsamer reagieren. Außerdem, wenn der Weltraumbeobachter ziemlich unabhängig die Phänomene berechnet, die auf dem Merkur unter Verwendung der Weltraumparameter stattfinden, würde er finden, dass die Beobachtungen aufdecken, dass alles mit einer unerwarteten langsameren Rate in Bezug auf sein Bezugssystemen arbeitet, da die Physik auch auf dem Merkur mit Newtons Gesetzen kompatibel sein muss, wenn die richtigen physikalischen Parameter verwendet werden.

5,6 - Grundlegende Phänomene, die für die Periheldrehung von Merkur verantwortlich sind.

Dieser Abschnitt ist sehr wichtig, um die Phänomene zu verstehen, die für die Periheldrehung von Merkur verantwortlich sind. Nehmen wir mal an, dass die Bahn, die vom Beobachter auf dem Merkur berechnet wird, eine Länge von 1000 Kilometern habe, wie mit Newtons Gleichungen unter Verwendung der richtigen Parameter für Merkur bestimmt wurde. Selbstverständlich berechnet ein Beobachter, der sich im Weltraum befindet, und auch Newtons Gleichungen und die richtigen Werten, die im Weltraum existieren, verwendet, dass die Länge der Bahn 1000 Weltraumkilometer ist.

Unter Verwendung der Masse-Energie-Erhaltung wollen wir annehmen, dass wegen eines anderen Gravitationspotentials die Einheit Meter auf Merkur 1% länger ist, als das Standardmeter im Weltraum ist. Folglich um konsistent zu sein, berechnen wir, dass Uhren im Weltraum mit einer Rate laufen, die 1% schneller ist als die Rate auf dem Merkur.

Aus den oben genannten Informationen wollen wir die Uhranzeige berechnen, die auf der Weltraumuhr ΔCD(o.s.) gemessen wird, während Merkur die Distanz von 1000 Kilometern zurücklegt. Da die Distanz 1000 km_M ist, zeigt Gleichung (4,34, dass wegen des längeren Merkur-Meters, der Weltraum-Beobachter 1010 $km_{o.s}$ messen wird. Der Umfang der Bahn ist:

$$\text{Circ [M]} = 1000\ km_M = 1010\ km_{o.s.} \qquad 5,10$$

Diese erste Längenkorrektur ignoriert, dass, während Merkur 1010 $km_{o.s\,.}$ zurücklegt, die Uhr im Weltraum 1% schneller läuft als die Uhr auf dem Merkur. Da wir uns auf die Parameter beziehen müssen, die auf dem Merkur existieren, wo das Phänomen stattfindet, muss das ΔCD auf der Weltraumuhr um ein Prozent in Bezug auf die Merkur-Uhr wegen der schnelleren Rate dieser Weltraumuhr erhöht werden. Folglich gibt es eine Zunahme von 1% der Länge des zurückgelegten Weges, weil die wirkliche Länge 1010 $km_{o.s.}$ plus eine andere Zunahme von 1% auf der Weltraumuhr wegen ihrer schnelleren Rate ist.

Folglich um die physikalischen Gesetze zu respektieren, die auf dem Merkur existieren, wo die Interaktion mit dem Gravitationspotential stattfindet, sehen wir, dass wir zwei Phänomene berücksichtigen müssen, welche die Vollendung der Ellipse im Bezugssystemen verlangsamen, wo Merkur mit dem Gravitationspotential wechselwirkt. Das erste liegt an der Zunahme der Länge des Merkur-Meters und das zweite liegt an der Verlangsamung der physikalischen Mechanismen auf dem Merkur. Wir berechnen diese zwei Quantitäten im Detail in den nächsten Abschnitten dieses Kapitels.

Wir wollen uns merken, dass wir in der oben genannten Beschreibung gesehen haben, dass die ursprünglich geplante genaue Entfernung von1000 km_M (oder 1010 $km_{o.s.}$) wie erwartet zurückgelegt worden ist. Jedoch berechneten wir möglicherweise, dass von den Berechnungen erwartete ΔCD (M) verschieden ist zu dem gemessenen. Dieses ist, weil nicht nur Merkur, sondern auch die Uhr ihren Standort (mit einer bestimmten Geschwindigkeit) zwischen der ersten und letzten Ablesungen geändert hat. Dieses führt zu einer Verschiebung in der Synchronisierung der bewegten Uhr, wie in Abschnitten 9,4; 9,5 und 9,6 verständlich erklärt. Das Studium von Kapitel 9 ist notwendig, um die Erklärung zum Verlust der Uhrsynchronisierung der bewegten Uhren zu verstehen.

5,7 - Längenänderung vom Weltraum zum Merkur-Standort.

Wir haben gesehen, dass die relevanten Parameter, die für die physikalische Interaktion mit dem Gravitationsfeld der Sonne verantwortlich sind, diejenigen vom Merkur-Standort sind, obwohl die Endergebnisse vom Weltraum-Beobachter beobachtet werden. Wir wollen die physikalische Länge berechnen, die aus dem Weltraum beobachtet wird, in Beziehung zur Länge, die unter Verwendung der Merkur-Parameter berechnet wird, wo die Interaktion stattfindet. Es gibt zwei physikalische Phänomene, die das Merkur-Meter länger machen als das Weltraummeter. Das erste liegt am Gravitationspotential, wie in Kapitel 1 erklärt. Das zweiten Phänomene liegt an der Geschwindigkeit von Merkur auf seiner Bahn, wie in Kapitel 3 berechnet.

a_M (o.s.) und a_M(M) seien die Zahlen, welche die große Halbachse von Merkur darstellen. Unter Verwendung von Gleichung (4,34) erhalten wir die Beziehung:

$$\frac{a_M(o.s.)}{a_M(M)} = 1 + \frac{GM(S)}{c^2 R_M} \qquad 5{,}11$$

Wir wollen l_M(o.s.) die Anzahl von Weltraum-Metern für die Länge von Merkurs elliptischer Bahn nennen und l_M(M) die Anzahl von Merkur-Metern für die Länge der gleichen elliptischen Bahn. Für eine kleine Exzentrizität ist l_M(o.s.) etwa $2\pi a_M$(o.s.) und l_M(M) ist etwa $2\pi a_M$(M). Die Exzentrizität wird in Abschnitt 5,10 berücksichtigt. Wir erhalten von Gleichung (5,11):

$$\frac{l_M(o.s.)}{l_M(M)} = \frac{a_M(o.s.)}{a_M(M)} = 1 + \frac{GM(S)}{c^2 R_M} \qquad 5{,}12$$

Wir sehen in Gleichung (5,12), dass die Anzahl von den Metern, die vom Beobachter im Weltraum für die Länge der elliptischen Bahn gemessen werden, größer ist als die Anzahl von den Metern, die vom Beobachter auf dem Merkur gemessen werden, weil das Weltraummeter kürzer ist.

Der Merkur befindet sich nicht nur in einem Gravitationspotential, er hat auch eine Geschwindigkeit. Wegen dieser Geschwindigkeit v gibt es einen Unterschied zwischen der Länge des bewegten Meters und der Länge des Meters im Ruhezustand, beide in Merkur-Abstand von der Sonne (siehe Gleichung (3,23)). Das bewegte Merkur-Meter ist auch das, das hier relevant ist, da es das ist, das in die Physik mit einbezogen wird, die auf Merkur herrscht. Das ruhende Meter ist kürzer, die Zahl der ruhenden Meter, die benötigt werden, um die Länge der Bahn zu beschreiben, ist größer als die Zahl der bewegten Meter von Merkur.

Wir wollen N_v die Anzahl von bewegten Metern nennen und N_o die Zahl der ruhenden Meter, um die Merkur-Bahn zu messen. Ähnlich zu Gleichungen (4,30), (4,31) und (4,32) ist die absolute Länge L[rest] der Merkur-Bahn:

$$L[rest] = N_o \text{ meter}[rest] = N_v \text{ meter}[mov] \qquad 5.13$$

wo meter[rest] beziehungsweise meter[mov] die Länge eines Meters im Ruhezustand und die Länge eines Meters in der Bewegung darstellen. In Gleichung 5,13, ändert sich die absolute physikalische Länge L[rest] der Merkur-Bahn nicht , weil wir sie mit kleineren Metern im Ruhezustand messen. Unter Verwendung von Gleichungen 5,13 und 3,41 haben wir:

$$\frac{N_o}{N_v} = \frac{\text{meter}[mov]}{\text{meter}[rest]} = \gamma \qquad 5{,}14$$

wobei

$$N_v = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} N_o \qquad 5{,}15$$

ist. Unter Verwendung des ersten Ausdrucks einer Reihenentwicklung ergibt sich:

$$\frac{N_v}{N_o} = 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{v}{c}\right)^2 \qquad 5{,}16$$

Um die Geschwindigkeit von Merkur auf seiner Bahn zu berechnen, wollen wir eine weithin bekannte Beziehung aus der klassischen Mechanik verwenden. Die Zentrifugalkraft (C.F.) auf eine bewegte Masse $M(\underline{M})$ (Merkur) in einem Abstand R_M von der Mitte des Bewegungszentrums ist gleich:

Im Falle einer stabilen Bahn um die Sonne ist die Gravitationskraft F(grav) der Zentrifugalkraft gleich. Dieses gibt:

$$F(grav) = \frac{GM(\underline{M})M(\underline{S})}{R_M^2} = \frac{M(\underline{M})v^2}{R_M} \qquad 5{,}18$$

und

$$v^2 = \frac{GM(\underline{S})}{R_M} \qquad 5{,}19$$

Das Einsetzen von Gleichung 5,19 in 5,16 gibt:

$$\frac{N_o}{N_v} = 1 + \frac{GM(\underline{S})}{2c^2 R_M} \qquad 5{,}20$$

Gleichung 5,20 zeigt, dass die Anzahl von Metern in Ruhe größer als die Anzahl von bewegten Metern ist.

Gleichung 5,12 ergibt die relative Zunahme der Anzahl von Weltraummetern in Bezug auf die Anzahl von Merkur-Metern wegen der Masse-Energie-Erhaltung des statischen Gravitationspotentials der Sonne. Gleichung 5,20 ergibt eine andere relative Zunahme der Anzahl von Metern im Ruhezustand in Bezug auf die Anzahl von bewegten Metern, wie in Kapitels drei erklärt. Von diesen zwei Fällen wird die relative Gesamtzahl $l_{o.s.,o}$ von Weltraummetern im Ruhezustand in Bezug auf die bewegten Merkur-Meter durch das Produkt von Gleichungen 5,12 und 5,20 gegeben. Das ergibt:

$$\frac{l_{o.s.,o}}{l_{M,v}} = \left(1 + \frac{GM(\underline{S})}{c^2 R_M}\right)\left(1 + \frac{GM(\underline{S})}{2c^2 R_M}\right) \qquad 5{,}21$$

Der erste Ausdruck einer Reihenentwicklung ergibt:

$$\frac{l_{o.s.,o}}{l_{M,v}} = 1 + \frac{3GM(\underline{S})}{2c^2 R_M} \qquad 5{,}22$$

welches die Gesamtzunahme des Abstandes in Weltraumeinheiten ergibt, die der Berechnung der Länge der Bahn unter Verwendung Merkur-Parameter folgen, gelegen in einem Gravitationspotential mit einer Geschwindigkeit V.

5,8 - Änderung der Taktfrequenz vom Weltraum zum Merkur-Standort.

Es gibt zwei unabhängige Phänomene, die die Uhren in der Merkur-Bahn verlangsamen. Eins liegt an seinem Gravitationspotential, das andere liegt an seiner Geschwindigkeit. Auf der Merkur-Uhr während des Zeitraums, der erforderlich ist, um eine volle Umdrehung abzuschließen, ist die Differenz der Uhranzeige genannt $\Delta CD_M(M)$ kleiner als der Unterschied der Uhranzeigen ΔCD_M (o.s.) im Weltraum, da die physikalischen Mechanismen und die Uhren im Weltraum schneller laufen. Wir wollen ΔCD_M(o.s.) in Bezug auf $\Delta CD_M(M)$ während des gleichen absoluten Zeitintervalls berechnen. Von Gleichung 4,49 haben wir:

$$\frac{\Delta CD_M(o.s.)}{\Delta CD_M(M)} = \left(1 - \frac{GM(\underline{S})}{c^2 R_M}\right)^{-1} \qquad 5,23$$

Wir wollen jetzt den Effekt der Geschwindigkeit auf die Taktfrequenzen studieren. Wir haben gesehen, dass wegen der Masse-Energie-Erhaltung, bewegte Uhren langsamer als Uhren im Ruhezustand sind. Unter Verwendung von Gleichung 3,10 finden wir:

$$\Delta CD_v = \frac{1}{\gamma}\Delta CD_o \qquad 5,24$$

wo:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \qquad 5,25$$

ΔCD_v ist der Unterschied von Uhranzeigen auf einer Uhr, die eine Geschwindigkeit V hat und ΔCD_o ist der entsprechende Unterschied von Uhranzeigen auf einer Uhr im Ruhezustand (beide Uhren im gleichen Abstand von der Sonne). Gleichungen 5,24 und 5,25 ergeben:

$$\frac{\Delta CD_v}{\Delta CD_o} = \frac{1}{\gamma} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \qquad 5,26$$

Da v/c in Bezug auf die Einheit sehr klein ist, betrachten wir den ersten Ausdruck einer Reihenentwicklung von Gleichung 5,26. Wir erhalten:

$$\frac{\Delta CD_v}{\Delta CD_o} = 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{v}{c}\right)^2 \qquad 5,27$$

oder wieder,

$$\frac{\Delta CD_o}{\Delta CD_v} = 1 + \frac{1}{2}\left(\frac{v}{c}\right)^2 \qquad 5,28$$

Gleichung 5,19 in 5,28 eingesetzt ergibt:

$$\frac{\Delta CD_o}{\Delta CD_v} = 1 + \frac{GM(\underline{S})}{2c^2 R_M} \qquad 5,29$$

Die Uhr, die sich mit Merkur bewegt, ist die, die bei der Interaktion zwischen dem Planeten und dem solaren Gravitationsfeld ausgesetzt ist. Aus Gleichung 5,29 ersehen wir, dass die bewegte Uhr auf Merkur langsam läuft als die Uhr im Ruhezustand (in einem konstanten Abstand von der Sonne). Folglich ist der physikalische Mechanismus, der am Merkur-Standort herrscht, wie oben erklärt, langsamer.

Wir haben in Gleichung 5,23 gesehen, dass Uhren (und deshalb die absoluten physikalischen Mechanismen) auf Merkur als Folge des Gravitationspotentials an diesem Standort verlangsamt sind. Gleichung 5,29 zeigt auch eine Verlangsamung der Uhren wegen der Geschwindigkeit von Merkur auf seiner Bahn. Wir wollen die Gesamtverlangsamung von Uhren auf dem Merkur wegen des dortigen Gravitationspotentials und der Geschwindigkeit von Merkur auf seiner Bahn berechnen. Der Gesamtunterschied von Uhranzeigen $\Delta CD_{M,v}$ auf der Bewegung von Merkur in Bezug auf den Unterschied von Uhranzeigen $\Delta CD_{o.s.,o}$ im Weltraum (im Ruhezustand) wird unter Verwendung Gleichungen 5,23 und 5,29 erreicht. Wir erhalten:

$$\frac{\Delta CD_{o.s,o}}{\Delta CD_{M,v}} = \left(1 - \frac{GM(\underline{S})}{c^2 R_M}\right)^{-1} \left(1 + \frac{GM(\underline{S})}{2c^2 R_M}\right) \qquad 5,30$$

Die erste Ordnung ergibt:

$$\frac{\Delta CD_{o.s.,o}}{\Delta CD_{M,v}} = 1 + \frac{3GM(\underline{S})}{2c^2 R_M} \qquad 5,31$$

5,9 - Gesamtinteraktion wegen der physikalischen Änderungen der Länge und der Taktfrequenz.

Wir haben in den Abschnitten 5,7 und 5,8 gesehen, wie die Längenänderungen und die Änderung der Taktfrequenz den Zeitraum der Umkreisung von Merkur um die Sonne ändern. Das erste Phänomen, das durch Gleichung 5,22 gegeben ist, gibt die relative Länge der Bahn, wie im Weltraum gemessen, wenn das Phänomen unter Verwendung der Parameter berechnet wird, die auf Merkur existieren, in dem die Interaktion mit dem Gravitationsfeld der Sonne stattfindet. Der Umfang der Bahn $L_{M,v}$unter Verwendung von Merkur-Parametern entspricht einer längeren Bahnlänge, als unter Verwendung der Weltraumparameter gemessen. Deshalb misst der Weltraumbeobachter mehr als einen vollen Umfang unter Verwendung seiner eigenen Weltraumeinheiten.

Außerdem haben wir in Gleichung 5,31gesehen, dass, um mit der Masse-Energie-Erhaltung kompatibel zu sein, die Taktfrequenzen und physikalische Mechanismen, die auf Merkur herrschen, langsamer sein müssen, als die die im Weltraum gemessen werden. Folglich braucht es eine größere Anzahl von Sekunden auf der Weltraumuhr, um einen Umlauf zu vollenden als auf der Merkur-Uhr.

Jedes Phänomen liefert einen unabhängigen Beitrag, um die Längen und Taktfrequenzen auf dem sich bewegenden Merkur in Bezug zu denen im Weltraum im Ruhezustand befindlichen zu ändern. Folglich tragen beide Phänomene zur größeren Anzahl von Einheiten während des Zeitraums von Merkur bei, als von einem Beobachter aus dem Weltraum gemessen wird.

Wir wollen $P_{l},\Delta CD$ die Periode der Merkurbahn nennen, die die Wechselwirkung mit der der Längenänderung und der Änderung der Taktfrequenz berücksichtigt. In $P_{l,}\Delta CD(M,mov)$ ist „M,mov“ in den runden Klammern, da $P_{l}\ \Delta CD$ eine reine Zahl ohne Einheiten ist. Dann ist $P_{l},\Delta CD(M,mov)$ die <u>Anzahl</u> von Merkur-Einheiten für die Vollendung der Ellipse, die mit einer Uhr gemessen wird, die sich mit der Geschwindigkeit V am Merkur-Standort bewegt und $P_{l},\Delta CD(o.s.,rest)$ ist die Anzahl <u>von</u> Weltraumeinheiten, um die Periode der Ellipse zu vollenden, die mit einer Uhr im Weltraum gemessen wird, die null Geschwindigkeit hat. Für Klarheit haben wir das Tiefzeichen M fallen gelassen, das den Standort des Planeten anzeigt, da wir Merkur in seiner normalen Stellung im Gravitationsfeld der Sonne betrachten.

Wir wollen den Beitrag der zwei Phänomene hinzufügen, die oben beschrieben wurden. Die Korrektur auf den Zeitraum ist das Produkt der Beiträge, die durch Gleichungen 5,22 und 5,31 gegeben werden. Das ergibt:

$$\frac{P_{l,\Delta CD}(\text{o.s.,rest})}{P_{l,\Delta CD}(\text{M,mov})} = (\text{equation } 5.22)(\text{equation } 5.31) \qquad 5,32$$

$$\frac{P_{l,\Delta CD}(\text{o.s.,rest})}{P_{l,\Delta CD}(\text{M,mov})} = \frac{l_{\text{o.s.,o}}}{l_{\text{M,v}}}\,\frac{\Delta CD_o}{\Delta CD_v} \qquad 5,33$$

$$\frac{P_{l,\Delta CD}(\text{o.s.,rest})}{P_{l,\Delta CD}(\text{M,mov})} = \left(1+\frac{3GM(\underline{S})}{2c^2R_M}\right)\left(1+\frac{3GM(\underline{S})}{2c^2R_M}\right) \qquad 5,34$$

Die erste Ordnung ergibt:

$$\frac{P_{l,\Delta CD}(\text{o.s.,rest})}{P_{l,\Delta CD}(\text{M,mov})} = 1+\frac{3GM(\underline{S})}{c^2R_M} \qquad 5,35$$

Gleichung 5,35 zeigt, dass die ***Anzahl*** von Einheiten für eine volle Umlaufperiode von Merkur größer ist, wenn sie unter Verwendung der Weltraumeinheiten gemessen wird. Wir wollen dieses Ergebnis transformieren, um die relative Zunahme des Zeitraums von Merkur zu berechnen, wie von einem Beobachter notiert, der eine Weltraumuhr und ein Weltraummeter verwendet. Wir finden, dass die relative Zunahme durch die Ableitung von Gleichung 5,35 sich ergibt. Das gibt:

$$\frac{\Delta P_{l,\Delta CD}(\text{o.s.,rest})}{P_{l,\Delta CD}(\text{M,mov})} = \frac{3GM(\underline{S})}{c^2R_M} \qquad 5,36$$

Gleichung 5,36 zeigt, dass, wenn Merkur seine volle elliptische Bahn abgeschlossen hat, ein Beobachter, der eine Weltraumuhr verwendet, einen Zeitraum der Bewegung von größer 3GM/cR mal P_l,DCD (M,mov) beobachtet.

Vor dem Abschluss dieses Abschnitts müssen wir bemerken, dass nach Newtons Gesetz die Periheldrehung von Merkur, gegeben durch Gleichung 5,36 in einer einfacheren Form geschrieben werden kann. Wir wollen den potentiellen „Gravitationstopf“ als Funktion des Abstandes R_M von der Sonne betrachten. Entgegen zur Definition des Potentials in der Elektrizitätslehre, wird in der Mechanik das Potential als eine Energie definiert. Wir wollen die Energie pro Masseneinheit betrachten. Unter Verwendung von Newtons Gravitationsgesetz sehen wir, dass dieses Verhältnis (das dem Konzept des Potentials in der Elektrizitätslehre entspricht) unabhängig von der Masse des Merkurs ist. Wenn wir Newtons Gesetz anders schreiben, finden wir dass das Gravitationspotential ist:

$$\frac{\text{Pot}}{M(\underline{M})} = \frac{GM(\underline{S})}{R_M} \qquad 5,37$$

Gleichung5,36 mit 5,37 kombinierend, erhalten wir:

$$\frac{\Delta P_{l,\Delta CD}(\text{o.s.,rest})}{P_{l,\Delta CD}(\text{M,mov})} = \left(\frac{\text{Pot}}{M(\underline{M})}\right)\left(\frac{3}{c^2}\right) \qquad 5,38$$

Gleichung 5,38 zeigt, dass die gesamte Periheldrehung von Merkur nur von der Konstanten $3/c^2$ mal der Änderung der Gravitationsenergie pro Masseneinheit abhängt. Gleichung 5,38 berücksichtigt beides, das Gravitationspotential und die Geschwindigkeit von Merkur.

5,10 - Korrektur für eine elliptische Bahn.

Es gibt einen weiteren Ausdruck, der berücksichtigt werden muss, um eine bessere Genauigkeit zu erhalten. Wir wissen, dass Merkur auf einer elliptischen Bahn reist. Jedoch in unserer Berechnung haben wir immer den Abstand von Merkur zur Sonne (R_M) konstant gehalten. In einer elliptischen Bewegung ist der Abstand von der Sonne nicht konstant sondern schwankt entsprechend einem Verhältnis, das für eine Ellipse charakteristisch ist. Aus geometrischen Erwägungen wird demonstriert [1], dass der Abstand R_M des umkreisenden Körpers (Merkur) vom besetzten Fokus (wo sich die Sonne befindet) einer Ellipse durch das Verhältnis gegeben wird:

$$R_M = \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos\theta} \qquad 5,39$$

wo a die Länge der großen Halbachse ist, e die Exzentrizität der Ellipse ist und θ der Winkel zwischen dem Betrag des Perihels minus dem Argument des Perihels ist. Von Gleichung 5,39 sehen wir, dass, wenn die Exzentrizität e gleich null ist, der Abstand des umkreisenden Planeten zu seinem Bewegungszentrum einer Konstante „a“ gleich ist. Deshalb ist Gleichung 5,36 gültig, wenn die Exzentrizität der Bahn des Planeten null ist oder vernachlässigbar. Dieses ist nicht der Fall für Merkur, für den die Exzentrizität e = 0,2056 ist.

Der umkreisende Körper ist manchmal in einem geringerem Abstand von der Sonne, wo das Gravitationspotential größer ist. Zu jenen Zeiten ist die Geschwindigkeit des Planeten größer. Selbstverständlich gibt es andere Teile der Bahn, wo der Planet sich langsamer in einem flacheren Gravitationspotential bewegt. Jedoch können wir sehen, dass das kleinere Gravitationspotential das größere nicht vollständig kompensiert. Die Exzentrizität muss berücksichtigt werden. Die Taktfrequenz und die Längeneinheit müssen an jedem Punkt der elliptischen Bahn berücksichtigt werden. Wir haben oben berechnet, dass die Änderung des Gravitationspotentials und der Geschwindigkeit einen durchschnittlichen Effekt erzeugen, der mathematisch durch ein „effektives Potential“ Pot/M($\underline{M}$) in Gleichung 5,38 dargestellt wird. Gleichungen 5,39 und 5,37 kombinierend, finden wir:

$$\frac{Pot}{M(\underline{M})} = GM(\underline{S})\frac{1+e\cos\theta}{a(1-e^2)} \qquad 5,40$$

Gleichung 5,40 zeigt, dass das Potential pro Masseneinheit während einer elliptischen Bahn nicht konstant ist (entgegengesetzt zu einer Kreisbahn). Deshalb hängt die Periheldrehung von Merkur nach einer vollen Umdrehung vom Integral dieses Potentials (Pot/M ($\underline{M}$)) über eine volle Umdrehung von Merkur um die Sonne ab. Dieses Integral liefert den Betrag des gleichwertigen durchschnittlichen Gravitationspotentials während einer vollen elliptischen Bahn. Es ist gleich 1/2π des Integrals des Winkels θ über 2π. Unter Verwendung von Gleichung 5,40 erhalten wir:

$$\frac{\overline{Pot}}{M(\underline{M})} = \frac{1}{2\pi}GM(\underline{S})\int_0^{2\pi}\frac{1+e\cos\theta}{a(1-e^2)}d\theta \qquad 5,41$$

Das ergibt:

$$\frac{\overline{Pot}}{M(\underline{M})} = GM(\underline{S})\frac{1}{a(1-e^2)} \qquad 5,42$$

Das durchschnittliche Gravitationspotential wird erreicht, wenn die Exzentrizität e_M für

Merkur ist:

$$\frac{\overline{\text{Pot}}}{M(\underline{M})}(e = e_M) = GM(\underline{S})\frac{1}{a(1-e_M^2)} \qquad 5{,}43$$

Der Durchschnitt von Pot/M ($\underline{M}$) gibt die Korrektur zu Merkurs elliptischer Bahn in Bezug auf eine Kreisbahn. Um diese Korrektur anzuwenden, wollen wir das gleichwertige Potential von Merkur durch das durchschnittliche Potential ersetzen, das durch Gleichung 5,43 gegeben wird. Gleichung 5,43 in 5,38 ergibt:

$$\frac{\Delta P_{l,\Delta CD}(\text{o.s.,rest})}{P_{l,\Delta CD}(\text{M,mov})}(\text{all effects}) = \frac{3GM(\underline{S})}{c^2 a(1-e_M^2)} \qquad 5{,}44$$

Gleichung 5,44 zeigt, dass eine Weltraumuhr ein Korrekturglied für den Umfang benötigt, um die Ellipse abzuschließen, wenn Korrekturen Elliptizität erfordern. Dieses Korrekturglied des Umfangs Δ(circ) pro Einheitsumfang ist:

$$\Delta(\text{circ}) = \frac{3GM(\underline{S})}{c^2 a(1-e^2)} \qquad 5{,}45$$

Gleichung 5,45 wird normalerweise in Einheitswinkeln anstelle eines Bruches des Umfangs dargestellt. Wenn die Periheldrehung durch den Winkel $\Delta\phi$ dargestellt wird, wird Gleichung 5,45 2π mal größer und das ergibt:

$$\Delta\phi = \frac{6\pi GM(\underline{S})}{c^2 a(1-e^2)} \qquad 5{,}46$$

Gleichung 5,46 ist die endgültige Gleichung für die Periheldrehung von Merkur in Einheitswinkeln pro Umdrehung von Merkur, wie sie unter Verwendung der klassischen Mechanik und der Masse-Energie-Erhaltung berechnet wird.

5,11 - Mathematische Identität mit Einsteins Gleichung.

Einstein stellte eine mathematische Beziehung für die Periheldrehung von Merkur auf. Viele Bücher dokumentieren dieses Ergebnis. Straumanns [2] Gleichungen 3.1.11 und 3.3.7 geben:

$$\Delta\phi = \frac{6\pi GM(\underline{S})}{c^2 a(1-e^2)} \qquad 5{,}47$$

Diese Gleichung ist zu unserer Gleichung 5,46 tadellos identisch. Infolgedessen sind alle physikalischen Prinzipien, die verwendet worden sind, um Gleichung 5,46 zu finden, genügend, da wir eine Vorhersage identisch zu den experimentellen Beobachtungen und Einsteins Gleichung erhalten. Wir fügen hinzu, dass der experimentelle Wert für die Periheldrehung von Merkur für mehr als ein Jahrhundert weithin bekannt gewesen ist. Le Verriers Berechnungen aus Beobachtungsdaten fanden solch einen Fortschritt bereits 1859 [3]. Roseveare veröffentlichte einen sehr interessanten historischen Abriss von zuverlässigen Beobachtungen und von Berechnungen zu Merkurs Perihel [4].

5,12 - Literaturhinweise.

[1] Kenneth R. Lang, ***Astrophysical Formulae***, Springer-Verlag, ISBN 3-540-09933-6. second corrected and enlarged edition, p. 541, 1980.

[2] Norbert Straumann, ***General Relativity and Relativistic Astrophysics***, Springler-Verlag, second printing, 1991.

[3] U. J. J. Le Verrier, ***Théorie du mouvement de Mercure***, Ann. Observ. imp. Paris (Mémoires) 5, p. 1 to 196, 1859.

[4] N. T. Roseveare, ***Mercury's Perihelion from Le Verrier to Einstein***, Clarendon Press, Oxford, 208 p. 1982.

5,13 - Symbole und Variablen

a_M (M)	Zahl von Merkur-Metern für die große Halb-Achse
a_M (o.s.)	Zahl von Weltraummetern für die große Halb-Achse
ΔCD_M (M)	DCD während des Zeitraums von Merkur gemessen durch eine Merkur-Uhr
ΔCD_M (o.s.)	DCD während des Zeitraums von Merkur gemessen durch eine Weltraumuhr
$\Delta CD_{M,v}$	DCD während des Zeitraums von Merkur gemessen durch eine bewegte Merkur-Uhr
$\Delta CD_{o.s.,o}$	DCD während des Zeitraums von Merkur gemessen durch eine Weltraumuhr im Ruhezustand
ΔCD_o	DCD während des Zeitraums von Merkur auf einer Uhr im Ruhezustand
ΔCD_v	DCD während des Zeitraums von Merkur auf einer Uhr in der Bewegung
ΔP_l, ΔCD (o.s., rest)	relative Zunahme der Anzahl von absoluten Sekunden während des Zeitraums von Merkur
$\Delta\phi$	Periheldrehung von Merkur in den Einheitswinkeln
F_G (M)	Zahl von Merkur-Newton für die Gravitationskraft auf Merkur
F_G (o.s.)	Zahl von Weltraumnewton für die Gravitationskraft auf Merkur
G (M)	Zahl von Merkur-Einheiten für die Fallbeschleunigung
G (o.s.)	Zahl von Weltraumeinheiten für die Fallbeschleunigung
$\text{Kilometer}_{\text{frame}}$	Länge des lokalen Kilometers in einem Bezugssystemem
L_M (M)	Zahl von Merkur-Metern für die Bahn von Merkur
L_M (o.s.)	Zahl von Weltraummetern für die Bahn von Merkur
$L_{M,v}$	Zahl von beweglichen Metern Merkurs für die Bahn von Merkur

$L_{o.s.,o}$	Zahl von Weltraummetern in Ruhe für die Bahn von Merkur
L [rest]	Länge der Bahn von Merkur in den Resteinheiten
Meter [Bezugssystemem]	Länge des lokalen Meters in einem Bezugssystemem
M $(\underline{M})_{\underline{M}}$ (M)	Zahl von Merkur-Kilogramm für Merkur an Merkur-Standort
M $(\underline{M})_{\underline{o.s.}}$ (o.s.)	Zahl von Weltraumkilogramm für Merkur im Weltraum
M (M)	Zahl von Merkur-Einheiten für die Masse der Sonne
M (o.s.)	Zahl von Weltraumeinheiten für die Masse der Sonne
N_o	Zahl von tMetern in Ruhe für die Bahn von Merkur
N_v	Zahl von bewegten Metern für die Bahn von Merkur
P_l, ΔCD (o.s., rest)	Zahl von Sekunden des Weltraumes (Rest) während des Zeitraums von Merkur das Gravitationspotential und die Geschwindigkeit von Merkur berücksichtigend
P_l, ΔCD (M, mov)	Zahl von Sekunden Merkurs (Bewegung) während des Zeitraums von Merkur das Gravitationspotential und die Geschwindigkeit von Merkur berücksichtigend
R_M (M)	Abstand des Merkur von der Sonne in Merkur-Einheiten
R_M (o.s.)	Abstand des Merkur von der Sonne in den Weltraumeinheiten

<><><><><><><><><><><><>