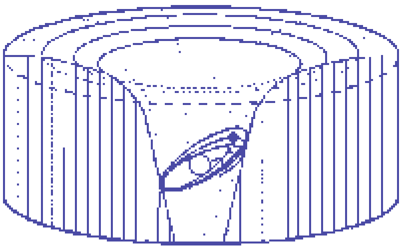

# Einsteins Relativitätstheorie kontra klassische Mechanik

**Paul Marmet**

übersetzt von Mathias Hüfner

**letzte Durchsicht 01.08.12**

# Kapitel vier

# Der grundlegende Mechanismus, der für die Periheldrehung von Merkur verantwortlich ist.

## 4,1 Definition der absoluten Standardeinheiten [o.s .]

Um den Mechanismus zu verstehen, der für die Periheldrehung des Merkurs in Sonnennähe verantwortlich ist, müssen wir die Bedeutung der Einflussgrößen wie einem absoluten Standardmaß der Masse, der Zeit oder der Länge erklären. Die Bedeutung von absoluten Standards ist, dass jeder von ihnen immer die ganz genau die gleiche physikalische Quantität in jedem beliebigen Bezugssystem darstellen muss. Diese Bedingung ist notwendig, damit die absolute Länge einer Stange sich nicht ändert, nur weil sie in einem anderen Bezugssystem gemessen wird. Dieses trifft auch auf einen absoluten Zeitabstand und eine absolute Masse zu: Sie ändern sich nicht, wenn sie in verschiedenen Bezugssystemen gemessen werden. Jedoch können eine absolute Länge, ein Zeitabstand oder eine Masse unter Verwendung von verschiedenen Parametern (z.B. verschiedene Einheiten) beschrieben werden. Man muss feststellen, dass Längen, Zeitabstände und Massen absolut sind und unabhängig vom Beobachter existieren.[1] Sie ändern sich nie, solange sie innerhalb eines konstanten Bezugssystems bleiben. Jedoch scheinen sie sich in Bezug auf einen Beobachter zu ändern, der auf ein anderes Bezugssystem umzieht, weil sie dann mit den neuen Einheiten verglichen werden, die in einem anderen Bezugssystem gelten.

In der Relativitätstheorie lesen wir immer den Ausdruck „bezüglich“ im Zusammenhang mit einem Bezugssystem. Die Phrase „bezüglich“ gibt die Illusion, dass Massen, Längen- und Taktfrequenz sich als Funktion des „Bezugs“, der verwendet wird, um sie zu messen, wirklich ändern würden. Dass da wirklich eine physikalische Änderung der Masse, der Länge und der Taktfrequenz sein könnte, weil der Beobachter einen anderen „Bezug“ verwendet, ist nicht sinnvoll. Diese scheinbare Änderung der Länge, der Taktfrequenz oder der Masse liegt einfach am Beobachter, der verschiedene Vergleichseinheiten verwendet. In diesem Buch vermeiden wir das Wort „bezüglich“ weil es offenbar irreführend ist.

Wir haben gesehen, wenn eine Stange ihr Bezugssystem ändert, dass sich ihre absolute Länge ändert. Jedoch wenn ein Beobachter, der sein Referenzmeter trägt, das Bezugssystem ändert, entspricht die Länge der Stange, die im Ruhezustand bleibt, einer anderen Zahl des neuen Referenzmeters des Beobachters. Wenn eine Stange das Bezugssystem ändert, ist die Änderung ihrer Länge real, wie in Kapitel 1 und in Kapitel 3 gezeigt. Jedoch wenn der Beobachter das Bezugssystem (mit seinem Bezugsmeter) ändert und die Stange tut das nicht, gibt es nur eine Änderung in der Anzahl der gemessenen Meter; die Stange selbst ändert sich nicht. Infolgedessen sind die Änderung des Koordinatensystems der Stange und die Änderung des Koordinatensystems des Beobachters (sein Bezugsmeter tragend) nicht symmetrisch.

1 Diese Einheiten sind Definitionssache und werden zwecks Messung definiert. Würde man sie ändern, wäre jede Messung unbrauchbar. *Der Übersetzer*

## 4,2 - Das absolute Bezugsmeter.

Die übliche Definition des Standard-Meters ist 1/299 792 458 des Abstandes den das Licht während einer Sekunde zurücklegt. Der Systemtakt wird benutzt, um die Sekunde zu bestimmen. Wir erinnern an Abschnitt 2,4, wo festgestellt wurde, dass diese Definition nicht absolut ist, weil sie von der Definition der Sekunde abhängt, die eine Funktion der lokalen Taktfrequenz ist, die sich von Bezugssystem zu Bezugssystem ändert.

Leider gibt es keine Möglichkeit, ein Standard-Meter innerhalb eines nach dem Zufall ausgesuchten Koordinatensystems zu reproduzieren. Wir haben gesehen, dass derTransport eines Gegenstandes von einem Bezugssystem in ein anderes (in, welchem das Potential oder die kinetische Energie verschieden ist), zu einer Änderung des Bohr-Radius seiner Atome und infolgedessen zu eine Änderung in den Abmaßen des Gegenstandes führt. Jedoch kann ein lokales Meter in jedem beliebigen anderen Bezugssystem unter Verwendung eines Standard-Meters, das vorher im Weltraum kalibriert wurde und als lokalen Bezugssystem verwendet wird, offensichtlich reproduziert werden. Selbstverständlich ist die absolute Länge dieses lokalen Meters im neuen Bezugssystem nicht seiner absoluten Länge gleich, wie sie im Weltraum war, weil das Gravitationspotential und die kinetische Energie sich möglicherweise von Bezugssystem zu Bezugssystem ändert.

Man kann also ein lokales Meter in jedem beliebigen Bezugssystem durch Berechnung vom 1/299 792 458 des Abstandes, den das Licht in einer ***einer lokalen Sekunde*** zurücklegt, auch reproduzieren. Jedoch muss die Dauer der lokalen Sekunde in Bezug auf die Bezugstaktfrequenz korrigiert werden, die im Weltraum existiert (mit $v = 0$). Es ist eine Illusion, zu glauben, dass absolute Zeit und absolute Länge in jedem beliebigen Bezugssystem erhalten werden können, indem man nur eine Bezugsatomuhr und ein Bezugsmeter zum neuen Bezugssystem trägt.

Wir definieren das ***absolute Bezugsmeter*** ($Meter_{o.s.}$) als den Abstand, den das Licht während 1/299 792 458 einer Sekunde zurücklegt, die durch eine Uhr gegeben wurde, die sich im Ruhezustand im Weltraum weg von jeder möglichen Masse befindet. Das Tiefzeichen $_{o.s.}$ kennzeichnet, wo sich das Meter befindet. Diese Längeneinheit ist einer Zahl $B_{o.s.}$ mal der Länge des Bohr-Radius $a_{o.s.}$ im Weltraum gleich. Ein absolutes Bezugsmeter muss die gleiche absolute physikalische Länge haben, unabhängig vom Koordinatensystem, in dem es sich befindet (und vom Bezugssystem, in dem sich der Beobachter befindet). Infolgedessen muss ein Beobachter relevante Korrekturen an seinem lokalen Meter machen, um das absolute Bezugsmeter zu reproduzieren. Die Definition des absoluten Bezugsmeters ist dann:

$$\mathrm{Meter}_{o.s.} = B_{o.s.} a_{o.s.} \qquad 4,1$$

Das absolute Meter kann in jedem beliebigen Bezugssystem reproduziert werden, aber es wird in Bezug auf eine Länge im Weltraum definiert. Das konstante $B_{o.s.}$ (das Gegenteil des Bohr-Radius) ist über $1,8897263\times10^{10}$. Da der Bohr-Radius *a* mit der Elektronenmasse schwankt (die sich mit der potentiellen und kinetischer Energie ändert), setzt die konstante Zahl. $B_{o.s}$ mal Weltraum Bohr-Radius *a* ist kein fester absoluter Standard, wenn das Meter nicht im Weltraum definiert ist. Das Erdmeter ($Meter_E$) ist verschieden von dem absoluten Bezugsmeter $(Meter)_{o.s.}$, weil der Bohr-Radius auf Erde größer ist. Die Länge des Erdmeters ist:

$$\mathrm{Meter}_E = Ba_{o.s.E} \qquad 4,2$$

Wir sehen, dass die Länge eines Meters in einem Merkur-Abstand von der Sonne auch zur Länge eines Meters im Weltraum oder auf Erde verschieden ist. Wir wollen das Beispiel von Merkur studieren, da wir ein Phänomen voraussagen möchten, das im Abstand von der Sonne stattfindet, in der Merkur sie umkreist. Die Länge der Merkur-Meters ($Meter_M$) ist:

$$\mathrm{Meter}_M = Ba_{o.s.M} \qquad 4,3$$

Um unnötige langatmige Wiederholungen zu vermeiden, verkürzen wir einige der Beschreibungen. Anstatt, zu wiederholen, dass wir uns auf einen Standort im Merkur-Abstand von der Sonne beziehen, der null Orbitalgeschwindigkeit hat, sagen wir einfach, dass der „Merkur-Standort“ und der Kontext liefert die Zusatzinformationen. Die Geschwindigkeitskomponente von Merkur gilt später separat. Alle weiteren Parameter werden erst später berücksichtigt, weil sie nicht in diesem Kapitel relevant sind und würden Verwirrung stiften. Ein absoluter Bezugsstandard wird manchmal kurz „absolutes Meter“, „in der absoluten Zeit“ oder „in der absoluten Masse“ genannt, wenn er dem Standard entspricht, der im Weltraum definiert ist.

In den Problemen, die in diesen ersten Kapiteln betrachtet werden, sind die relativen Änderungen der Länge, der Zeitrate und der Masse immer extrem klein. Im Falle des Merkurs dem nächsten Planeten zur Sonne, sind diese Änderungen so klein wie ungefähr ein Teil zu einer Milliarde. Infolgedessen vereinfachen wir regelmäßig die Berechnungen, indem wir nur die erste Ordnung verwenden. Das ist ein ausgezeichneter Näherungswert. Die Ableitung der Funktion wird dann gleich der Differenzialgleichung, wie in Kapitel eins verwendet. Dieses ändert nicht das grundlegende Verständnis des Phänomens, wie wir unten sehen werden.

Wir haben in Gleichung (4,1) gesehen, dass das absolute Bezugsmeter eine konstante Anzahl ($B_{o.s.}$) mal dem Bohr-Radius im Weltraum ($a_{o.s}$) ist. Jedoch ändert der Bohr-Radius sich nicht nur mit dem Gravitationspotential. Er ändert sich auch mit der Geschwindigkeit. Wir definieren das absolute Weltraummeter als ein Meter im Weltraum mit null Geschwindigkeit. Von Gleichung (1,22) ist das Verhältnis, das den Bohr-Radius ergibt, wenn es keine Geschwindigkeitsänderung gibt (unter Verwendung der Weltraumeinheiten):

$$\frac{\Delta a}{a} = \frac{a_{o.s.} - a_{M}}{a_{o.s.}} = -\frac{\mathbf{g\Delta h}}{\mathbf{c}^2} \qquad 4,4$$

welches ergibt:

$$a_{M} = a_{o.s.}\left(1 + \frac{\mathbf{g\Delta h}}{\mathbf{c}^2}\right) \qquad 4,5$$

wo mgΔh die Änderung der potentiellen Energie (pot) einer Masse m in einem Gravitationsfeld über der Höhe Δh ist. Im Falle einer zentralen Kraft sagt Newtons Gesetz, dass das Gravitationspotential (pot) eines Körpers sich verringert, wenn der Abstand (R) vom Zentralkörper zunimmt. Das Gravitationspotential eines Körpers der Masse M (M) (im Falle Merkurs) in einem Abstand ist $R_M$ von der Sonne mit der Masse M(S) in Bezug auf den Weltraum ist:

$$\mathbf{Pot.} = \frac{\mathbf{GM(\underline{M})M(\underline{S})}}{\mathbf{R_M}} = \mathbf{M(\underline{M})g\Delta h[o.s.]} \qquad 4,6$$

wo G die Cavendish-Fallbeschleunigung ist und das g die Gravitationsbeschleunigung, in der die Masse lokalisiert ist (hier im Gravitationsfeld der Sonne).

In den vorhergehenden Kapiteln haben wir die Klammern [rest] und [mov] benutzt um die Einheiten anzuzeigen. Von nun an abhängig davon, ob wir uns auf die Längeneinheiten, Masse, Taktfrequenz, etc. beziehen, gefunden im Weltraum (frei von einem Gravitationspotential) oder in den Einheiten im Gravitationspotential von Merkur, verwenden wir die Indizes [o.s.] oder [M]. Die Einheiten werden immer in die absoluten Einheiten „übersetzt“ (z.B. Merkur eine Sekunde = 1,01 absolute Sekunden). Unter Verwendung Gleichungen (4,1), (4,3), (4,5) und (4,6) finden wir, dass die Länge des Merkur-Meters ($Meter_M$) verglichen mit dem absoluten Bezugsmeter ($Meter_{o.s.}$) ist:

$$\mathbf{meter_{o.s.}} = \mathbf{meter_M}\left(1 + \frac{\mathbf{GM(\underline{S})}}{\mathbf{c^2 R_M}}\right)^{-1} \qquad 4,7$$

Wir erinnern uns, dass die Länge des Meters ($Meter_{o.s.}$) im Weltraum der absolute Standardbezug ist. Jedoch wissen wir, dass, wenn ein Beobachter in einem anderen Bezugssystem ist, um eine gegebene Länge zu messen, er eine andere Antwort findet, weil seine Vergleichseinheit (sein lokales Meter) verschieden ist.

Es ist hier unnütz, die Einheiten von $GM(\underline{S})/c^2R_M$ zu spezifizieren. Logisch sollten sie kohärent sein d.h. entweder [M] oder [o.s.]. Physikalisch macht es keinen Unterschied, ob die Einheiten von G, M(S) oder R die selben sind oder nicht, da der Fehler, der auf diese Art entsteht, in der Größenordnung von $10^{-9}$ bezüglich $GM(\underline{S})/c^2R_M$ ist, das selbst in der Größenordnung von $10^{-9}$ in Bezug auf das Meter ist.

# 4,3 - Die absolute Referenzsekunde.

Eine gleichwertige Umwandlung muss berücksichtigt werden, wenn Zeit definiert wird. Wir können Zeit in verschiedenen Bezugssystemen unter Verwendung einer lokalen Zäsiumuhr auswerten. Jedoch muss man daran erinnern, dass die Rate solch einer Uhr (oder irgendeiner anderen Uhr) mit der Elektronenmasse und deshalb mit dem Potenzial und der kinetischen Energie ändert, in der die Uhr lokalisiert wird. Deshalb muss eine Korrektur gemacht werden, wenn wir die absolute Zeit kennen möchten.

Für den Fall des null Gravitationspotentials, definieren wir jetzt einen absoluten Zeitintervall, genannt die absolute Referenzsekunde, gerade wie in Abschnitt 3.5.1 , wo die Sekunde für den Fall null Geschwindigkeit definiert wurde. Während einer absoluten Sekunde macht eine Zäsiumuhr N(S) Oszillationen (wo der Index (S) sich auf die Definition einer Sekunde bezieht), die von der Anzahl der, durch die elektromagnetischen Strahlung ausgestrahlten Zyklen gezählt werden. Die Zäsiumuhr muss sich außerhalb des Gravitationspotentials der Sonne befinden und null Geschwindigkeit haben. Per Definition wird dieses absolute Zeitintervall die „Weltraum Sekunde“ genannt. Wir haben:

$$\text{absolute ref. second} \equiv N(S) \text{ Oscillations (cesium clock}_{o.s.}) \qquad 4,8$$

Während einer absoluten Sekunde zeigt eine Zäsiumuhr im Weltraum, die n-Zyklen ausstrahlt, einen Unterschied in den Uhranzeigen, die mit $\Delta CD_{o.s}$ gekennzeichnet werden. Wir müssen hervorheben, dass $\Delta CD_{o.s.}(S)$ nicht irgendeinem Wert von $\Delta CD$ entspricht, es entspricht nur der Anzahl von Zählungen auf der Weltraumuhr, die zu absoluten Sekunden führt. Das wird durch das (S) angezeigt, das dem $\Delta CD$ folgt. Folglich darf das $\Delta CD_{o.s.}(S)$, das die absolute Referenzsekunde darstellt nicht mit einem einfachen Wert des $\Delta CD_{frame}$ (ohne (S)) verwechselt werden, was jede beliebige Zahl von Sekunden sein kann. Wir haben:

$$1 \text{ abs. sec.} \equiv \Delta CD_{o.s.}(S) \equiv N(S) \text{ Oscillations(cesium clock}_{o.s.}) \qquad 4,9$$

Wenn ein Beobachter auf Merkur beobachtet, dass seine Zäsiumuhr die gleiche Anzahl N von Zyklen ausgestrahlt hat, ist das absolut vergangene Zeitintervall nicht die absolute Sekunde, da die Merkur-Uhr langsamer ist. Dieses Zeitintervall wird die Merkur-Sekunde genannt. Wir haben:

$$1 \text{ Mercury sec.} \equiv \Delta CD_M(S) \equiv N(S) \text{ Oscillations(cesium clock}_M) \qquad 4,10$$

Deshalb definieren wir eine „lokale Sekunde“ als die Zeit, die abläuft, wenn der Zahlenwert, der auf einem lokalen Bezugssystem gezeigt wird, $\Delta CD_{frame}$ gleich ist. Selbstverständlich dauert die Merkur-Sekunde durch $\Delta CD_M$ dargestellt, länger als die Weltraum-Sekunde durch $\Delta CD_{o.s.}$ dargestellt,weil selbst wenn die Unterschiede von der Uhranzeige $\Delta CD_{o.s.}$ und von $\Delta CD_M$ gleich sind, die Merkur-Uhr langsamer ist. Infolgedessen während einer lokalen Sekunde haben wir für die Weltraumuhr das gleiche $\Delta CD$ wie für die Merkur-Uhr:

$$1 \text{ local second} \equiv \Delta CD_{frame}(S) \qquad 4,11$$

Seit uns das Prinzip von der Masse-Energie Erhaltung und Bohrs Gleichung gelehrt hat, wie viel sich die Raten von zwei Uhren unterscheiden, die sich im Weltraum und auf Merkur befinden, kann ein

Beobachter auf Merkur die absolute Zeit unter Verwendung seiner Merkur-Uhr berechnen und passende Korrekturen wegen des Gravitationspotentials am Merkur-Standort anbringen (wir betrachten die Geschwindigkeit von Merkur erst später).

Wir wollen annehmen, dass eine Uhr im Weltraum einen Unterschied in der Uhranzeige anzeigt, die der Zahl $\Delta CD_{o.s.}$ gleich ist. Der entsprechende absolute Zeitabstand wird $\Delta\tau_{o.s.}[o.s.]$ genannt. Dieser absolute Zeitabstand kann an verschiedenen Standorten wie etwa Merkur oder Weltraum gemessen werden. Für ein Phänomen, das im Weltraum stattfindet, kann ein Zeitabstand geschrieben werden:

$$\Delta\tau_{o.s.}[o.s.] = \Delta CD_{o.s.}(o.s.)\Delta CD_{o.s.}(S) \qquad 4{,}12$$

wo $\Delta\tau_{o.\sigma.}$ [o.s.] der absolute Zeitabstand ist, ist $\Delta CD_{o.s}$ (o.s.) die Anzahl der ***Sekunden, die*** durch die Weltraumuhr angezeigt werden und $\Delta CD_{o.s.}$ ist die absolute Zeiteinheit im Weltraum, die durch die externe Uhr gegeben wird.

In Gleichung (4,12) ist das Symbol [o.s.] hinter $\Delta\tau_{o.s}$ wegen der Zeiteinheiten $\Delta CD_{o.s.}$. Die Klammern in $\Delta CD_{o.s}(o.s.)$ zeigen die Einheiten an, die für das Maß benutzt werden. Das Tiefzeichen $_{o.s}$ des $\Delta\tau_{o.s.}[o.s.]$ und $\Delta CD_{o.s.}(o.s.)$ bezieht sich auf den Standort, in dem das Phänomen stattfindet (dieses ist verschieden zu dem, was wir in Kapitel 3 taten). Wenn ein Weltraumphänomen unter Verwendung einer Merkur-Uhr beobachtet wird, wird das absolute Zeitintervall $\Delta\tau_{o.s.}$ [M], gemessen mit einer Uhr auf Merkur, durch das Verhältnis gegeben:

$$\Delta\tau_{o.s.}[M] = \Delta CD_{o.s.}(M)\Delta CD_{M}(S) \qquad 4{,}13$$

wo $\Delta CD_{o.s.}$ (M) die ***Anzahl*** von Merkur-Sekunden ist und $DCD_M$ ist die Zeiteinheit der Uhr, die auf Merkur gelegen ist, wie in Gleichung (4,10) beschrieben.

Selbstverständlich ist eine Merkur-Sekunde keiner echten Weltraum-Sekunde gleich. Die absolute Sekunde wird im Weltraum definiert. Deshalb ist die Merkur-Sekunde kein Echtzeitintervall. Es entspricht einem Unterschied von Uhranzeigen, die als Sonnenzeit auf Merkur beschrieben werden kann.

Wenn ein Phänomen, das im Weltraum stattfindet, unter Verwendung einer Uhr gemessen wird, die im Weltraum gelegen ist, wird seine Dauer durch das absolute Zeitintervall $\Delta\tau_{o.s.}[o.s.]$ dargestellt (Gleichung 4,12). Wenn dieses gleiche Phänomen unter Verwendung der Merkur-Uhr gemessen wird, wird der gleiche absolute Zeitabstand durch $\Delta\tau_{o.s.}[M]$ dargestellt (Gleichung 4,13). Selbstverständlich dauert ein einzelnes Phänomen keine längere absolute Zeit, nur weil es von einem anderen Standort unter Verwendung einer anderen Uhr beobachtet wird. Die wirkliche absolute Dauer ist die selbe in jedem beliebigen Bezugssystem. Dieses gibt:

$$\Delta\tau_{o.s.}[o.s.] = \Delta\tau_{o.s.}[M] \qquad 4{,}14$$

Unter Verwendung von Gleichungen (4,12) und (4,13) in (4,14) finden wir:

$$\Delta CD_{o.s.}(o.s.)\Delta CD_{o.s.}(S) = \Delta CD_{o.s.}(M)\Delta CD_{M}(S) \qquad 4{,}15$$

## 4.3.1 - Beispiel.

Um diese Beschreibung zu erklären, wollen wir ein Zahlenbeispiel nennen. Wir wollen annehmen, dass eine Atomuhr, die im Weltraum gelegen ist, 20 mal N(S) Zyklen E-M Strahlung ausgestrahlt hat. Nach N(S) Zyklen ist eine weitere absolute Sekunde $\Delta CD_{o.s.}$ abgelaufen und dieses wiederholt sich $\Delta CD_{o.s}(o.s.)$ mal (mit $\Delta CD_{o.s.}(o.s.) = 20$). Folglich ist das entsprechende vergangene Zeitintervall $\Delta\tau_{o.s.}$ [o.s.] 20 absolute (oder Weltraum) Sekunden, wie in Gleichung (4,12) gegeben. Diese gleiche Uhr wird an einen stationären Standort (zum Beispiel Merkur) nahe einem sehr enormen Stern verschoben, damit die relativistische Elektronenmasse um 1,0% wegen der Änderung des Gravitationspotentials sich verringert. Die Quantenmechanik zeigt, dass die Atomuhr dann mit einer Rate läuft, welches 1,0% langsamer ist (wie in Kapitel eins erklärt). Infolgedessen da die Atomuhr auf diesem Planeten langsamer ist, als sie im Weltraum war, dauert es eine längere absolute Zeit, die gleiche Zahl N(S) von den

Oszillationen zu machen. Da die Merkur-Sekunde (in Gleichung 4,10) als die Zeit definiert wird, die für eine Uhr auf Merkur erfordert wird, um N(S) Zyklen auszustrahlen, ist sie länger als die Weltraum-Sekunde. Dieses gibt:

$$1 \text{ Merkur second} = 1.01 \text{ Absolute second} \qquad 4.16$$

Während des Zeitintervalls, in dem die Weltraumuhr ein gleichgestelltes absolutes Zeitintervall $\Delta\tau_{o.s.}$ [o.s.] zu 20 Weltraum-Sekunden ($\Delta CD_{o.s.}$(o.s.)) notiert, notiert die Merkur-Uhr folglich ein kleineres $\Delta CD_{o.s.}$(M), weil sie mit einer langsameren Rate läuft. Das $\Delta CD_{o.s.}$(M), auf dem Merkur notiert, wird 1,0% kleiner sein:

$$\Delta CD_{o.s.}(M) = \frac{\Delta CD_{o.s.}(o.s.)}{1.01} \qquad 4,17$$

Das gibt den Zahlenwert:

$$\Delta CD_{o.s.}(M) = \frac{20}{1.01} = 19.80198 \qquad 4.18$$

Deshalb ist in Übereinstimmung mit Gleichung (4,14), da die Merkur-Sekunde länger dauert, wie in Gleichung (4,16) gesehen, die absolute auf dem Merkur abgelaufene Zeit ($\Delta\tau_{o.\sigma.}$ [M]) die selbe wie die absolute Zeit im Weltraum. Wir finden in Gleichung (4,12):

$$\Delta\tau_{o.s.}[o.s.] = 20\times \text{ 1 absolute second} = 20 \text{ absolute seconds} \qquad 4,19$$

Von Gleichungen (4,13), (4,16) und (4,18) erhalten wir:

$$\Delta\tau_{o.s.}[M] = 19.80198\times(1.01 \text{ abs. seconds}) = 20 \text{ abs. seconds} \qquad 4,20$$

Deshalb ist $\Delta\tau$ ein wirkliches absolutes Zeitintervall in allen Bezugssystemen.

## 4.3.2 - Relative Uhr-Anzeigen zwischen Bezugssystemen.

Wir haben gesehen, dass die Uhr, die in jedem Bezugssystem benutzt wird, einfach die Anzahl der Zyklen zählt, die durch die lokale Atomuhr ausgestrahlt werden. In allen Bezugssystem ist die lokale Sekunde der Zählung von N(S)-Zyklen auf dem Systemtakt gleich. Während eines absoluten Zeitintervalls ist die Anzahl der Zyklen dann zur absoluten Taktfrequenz proportional, die seine absolute Frequenz ist, wie durch Gleichung (1,22) gegeben (wenn v = 0) ist. Deshalb ist während eines absoluten Zeitintervalls das Verhältnis der Unterschiede der Uhranzeigen zwischen Bezugssystem direkt proportional zum Verhältnis der natürlichen Frequenz jeder Uhr. Dieses gibt:

$$\frac{\Delta CD_{o.s.}(o.s.)}{\Delta CD_{o.s.}(M)} = \frac{\nu_{o.s.}}{\nu_M} \qquad 4,21$$

Gleichung (4,21) gibt die relativen Frequenzen von Uhren, die sich in verschiedenen Bezugssystem befinden. Offensichtlich ist es bedeutungslos, ob das gemessene Phänomen im Weltraum oder auf Merkur ist, solange beide Uhren das gleiche Phänomen messen. Das heißt, dass der Subindex der linken Seite von (4,21) beide M anstelle von o.s. sein könnten. Wenn es einen Unterschied in der kinetischen Energie zwischen den Bezugssystem gibt, muss Gleichung (3,9) angewandt werden. Jeder möglicher Unterschied der Taktfrequenz wird durch den Unterschied des Gravitationspotentials und/oder der kinetischen Energie zwischen einem Standort im Weltraum und der Bahn von Merkur verursacht. Im Falle der reinen potentiellen Energie unter Verwendung der Gleichungen (1,22) und (4,6) wird die relative Taktfrequenz durch das Verhältnis gegeben:

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{\nu_{o.s.} - \nu_M}{\nu_{o.s.}} = \frac{g\Delta h}{c^2} = \frac{M(\underline{S})G}{c^2 R_M} \qquad 4,22$$

welches gibt:

$$\frac{\nu_{o.s.}}{\nu_M} = \left(1 - \frac{GM(\underline{S})}{c^2 R_M}\right)^{-1} \qquad 4,23$$

Unter Verwendung von Gleichung (4,21) mit Gleichung (4,23) sehen wir, dass während des gleichen absoluten Zeitintervalls der relative Unterschied der Uhranzeigen ist:

$$\frac{\Delta CD_M(o.s.)}{\Delta CD_M(M)} = \frac{\Delta CD_{o.s.}(o.s.)}{\Delta CD_{o.s.}(M)} = \frac{\nu_{o.s.}}{\nu_M} = \left(1 - \frac{GM(\underline{S})}{c^2 R_M}\right)^{-1} \qquad 4,24$$

Wir wollen uns merken, dass diese Gleichungen keine zweite Ordnung berücksichtigen, die möglicherweise existiert, wenn der Planet sich nach unten in das Gravitationspotential bewegt. Da der Effekt zweiter Ordnung in den ersten Kapiteln dieses Buches ziemlich geringfügig ist, betrachten wir ihn nur, wenn er bedeutend wird.

## 4,4 - Das absolute Bezugskilogramm.

Die absolute Einheit der Masse wird auch im Weltraum definiert. Wir haben in Kapitel 1 gesehen, dass ein absolutes Kilogramm $(kg)_{o.s.}$ im Weltraum eine andere Menge Masse enthält, nachdem es zum Merkur getragen ist. Wenn wir eine Masse von einem Kilogramm $(kg)_{o.s.}$ vom Weltraum zu Merkur-Standort (im Ruhezustand) tragen, verringert sich die Menge der Masse (weil sie Energie während der Übertragung abgibt). Jedoch nennt der Beobachter auf Merkur es noch ein Merkur-Kilogramm $(kg)_M$, da die Anzahl der Atome sich nicht geändert hat. Tatsächlich ***scheint*** sich für einen Beobachter nichts zu ändern, der mit dem Kilogramm umzieht und ein physikalisches Phänomen auf Merkur beobachtet. Das Verhältnis zwischen zwei Kilogrammen, die sich in den verschiedenen Potentialen befinden, wird in Gleichung (1,5) gegeben. Unter Verwendung Gleichungen (1,5) und (4,6) finden wir:

$$kg_M = kg_{o.s.}\left(1 - \frac{GM(\underline{S})}{c^2 R_M}\right) \qquad 4,25$$

Gleichung (4,25) gibt die Masse des Weltraumkilogramms in Bezug auf das Merkur-Kilogramm.

## 4,5 - Raum-und Zeit-Folgerungen innerhalb des Aktion-Reaktion Prinzips.

Wir wollen besprechen, was innerhalb eines Bezugssystems geschieht, das in einer Position liegt, wo Merkur mit dem Gravitationsfeld der Sonne wechselwirkt. Wie verhalten sich Newtons Gesetze an diesem Standort?

Wir glauben an das Prinzip der Kausalität. Die Ursache ist der Grund für die Aktion. Newton wendete dieses Prinzip an und erklärte, dass eine Aktion immer von einer Reaktion begleitet wird. Jedoch selbst wenn dieses nicht speziell angegeben worden ist, wird es offensichtlich, dass es zwei logische Folgen zu diesem Prinzip gibt. Die erste logische Folge ist, dass die Aktion und die Reaktion genau am gleichen Standort stattfinden, in dem die Interaktion stattfindet. Die zweite logische Folge ist, dass die Aktion und die Reaktion genau zur gleichen Zeit mit der Interaktion stattfindet. Das Prinzip der Kausalität bedeutet, dass es unlogisch und unhaltbar ist, zu glauben, dass die Ursache eines Phänomens nicht am gleichen Standort stattfindet und zur gleichen Zeit wie es der Effekt tut.

Wir wollen diese logischen Folgen auf die Relativität anwenden. Wenn sich eine Masse in einem Gravitationsfeld bewegt, wird ihre Flugbahn durch die Aktion des Gravitationsfeldes geändert. Die Interaktion zwischen einer Masse und dem Gravitationsfeld findet am Standort der Masse statt und in dem Augenblick, wenn die Masse auf das Feld einwirkt. Infolgedessen sind die relevanten Parameter während der Interaktion die Menge der Masse und die Intensität des Gravitationsfeldes am Standort der

Interaktion. Es wäre absurd, eine Interaktion unter Verwendung der Quantitäten zu berechnen, die anderswo existieren, als wo die Interaktion stattfindet. Wenn wir das Verhalten von Merkur, der auf das solare Gravitationspotential einwirkt studieren wollen, müssen wir logischerweise die physikalischen Quantitäten verwenden, die dort existieren, wo sich der Merkur befindet. Das heißt, wenn wir das Verhalten des Planeten Merkur berechnen wollen, dass wir die Längeneinheiten, die Taktfrequenz und die Massen, die am Merkur-Standort existieren, verwenden müssen. Das ist die einzige logische Art und Weise, mit dem Prinzip der Kausalität und mit seinen natürlichen logischen Folgerungen überein zu stimmen, die zu dem Prinzip von Aktion gleich Reaktion führen. Es wäre sinnlos, für die Masse von Merkur, die in die Wechselwirkung mit dem solaren Gravitationsfeld einbezogen ist, die Masse zu verwenden, die sie im Weltraum hat, statt seine wirkliche Masse, wie sie im Augenblick der Interaktion nahe der Sonne ist.

Deshalb sind die Menge der Masse, die Länge und die Taktfrequenz, die in den Gleichungen benutzt werden müssen, die, die am Merkur-Standort erscheinen, da sie die einzigen relevanten Parameter sind, die mit der Physik logisch kompatibel sind, die auf Merkur stattfindet.
*Am Merkur-Standort gibt es keine andere Physik als die unter Verwendung der lokalen Masse, der Länge und der Taktfrequenz. Logischerweise muss es überall innerhalb jedes beliebigen Bezugssystems im Universum so sein.* Dieser Punkt ist extrem wichtig und ist in den Berechnungen grundlegend, weil es das grundlegende Phänomen ist, das die Periheldrehung der Merkur-Bahn Sonnennähe unten erklärt.

## 4,6 – Der grundlegende Mechanismus, der in den planetaren Bahnen stattfindet.

In der klassischen Mechanik wird demonstriert, dass Planeten um die Sonne in einer Kreis- oder elliptischen Bahn rotieren. Das komplette Zeitintervall einer Bahn kann definiert werden als die Zeit, die genommen wird, um einen Vollkreis von $2\pi$ Einheitswinkeln um den Sonne zu vollenden oder als das Zeitintervall, das der Planet benötigt, um seine Ellipse zwischen den Durchgängen eines Paares von Perihels abzuschließen. Es wird normalerweise davon ausgegangen, dass diese zwei Definitionen eines Zeitraums einer Bahn identisch sind. Jedoch wenn die Ellipse eine Präzession ausführt, ist der Winkel, der zwischen den zwei Durchgängen eines Perihel-Paares überspannt wird, größer als für eine nicht präzessierende Ellipse d.h., die größer als $2\pi$ Einheitswinkel ist. Das bedeutet, dass die volle Bewegung von $2\pi$ Einheitswinkeln abgeschlossen wird, bevor die Ellipse das folgende Perihel erreicht. Deshalb erwarten wir, dass der Zeitraum dieser präzessierenden Ellipse größer ist.

Eins der grundlegenden Phänomene, das in solch einer Bahnbewegung inbegriffen ist, ist die Verringerung des Gravitationspotential als das Gegenteil zum Abstand von der Sonne, in dem der Planet kreist. Wenn die Bahn ein Kreis ist, ist es schwierig zu bestimmen, wann eine Bahnumdrehung vollendet ist, anders als bei der Messung einer Bewegung des $2\pi$ Einheitswinkel in Bezug auf die Massen, die im Weltraum gesehen werden. Jedoch in einer elliptischen Bahn (wie im Falle Merkurs um die Sonne), kann die Richtung der Hauptachse im Raum leicht herausgesucht werden, da sie vom augenblicklichen Merkur an seinem Perihel ist, d.h. an seinem geringsten Abstand zur Sonne.

### 4.6.1 – Die Bedeutung von Einheiten in einer Gleichung.

Wenn die Einheiten in der galileischen Mechanik in allen Bezugssystemen identisch sind, ist die reine Zahl, mit der die Einheit zu multiplizieren ist, von der Quantität nicht unterscheidbar, die die Einheit enthält. Wenn zum Beispiel jemand berichtet, dass eine Stange zehn Meter lang sei, können wir annehmen, dass er im Sinn hat, dass die Stange zehnmal die Länge des Standardmeters ist (in, welchem zehn eine reine Zahl ist, die von der Längeneinheit getrennt wird), oder er meint eine einzelne globale Quantität mit Einheit, entsprechend einer einzelnen Quantität zehnmal länger als das Einheitsmeter. Selbstverständlich hat der Unterschied überhaupt keine Konsequenz, wenn wir immer das gleiche Standardmeter benutzen. Jedoch muss hier die korrekte Interpretation verstanden und spezifiziert werden, weil die Größe des Bezugsmeters (und aller weiteren Einheiten) sich von Bezugssystem zu Bezugssystem ändert.

Wenn „a“ die große Halbachse der elliptischen Bahn von Merkur darstellt, müssen wir herausfinden, ob „a“ eine reine Zahl (zu, welchem eine Einheit separat addiert und betrachtet wird) oder eine einzelne globale Quantität darstellt (wenn die Einheiten eingeschlossen sind). Dieses kann beantwortet werden, wenn wir die grundlegende Rolle einer mathematischen Gleichung studieren. In der Mathematik erfahren wir, dass eine Gleichung eine grundlegende Beziehung zwischen numerischen Größen ist. Die gleiche mathematische Gleichung kann sich auf die Zahlen (oder die Konzepte,) beziehen, die verschiedene Einheiten haben. Dieses kann folgendermaßen veranschaulicht werden.

Wenn ein Apfel 50 Cents kostet, wie viele Äpfel (N) kaufen wir mit \$10,00? Wir verwenden die folgende Gleichung:

$$N = \frac{a}{b} \qquad 4,26$$

Mit a = \$10,00 und b = \$0,50 je, finden wir

$$N = 20 \text{ Äpfel} \qquad 4,27$$

Wenn wir jetzt auch finden, dass eine Orange 50 Cents kostet, wieviele Orangen haben wir für \$10,00? Mit Gleichung 4,26 mit a = \$10,00 und je b = \$0,50, finden wir wieder:

$$N = 20 \text{ Orangen} \qquad 4,28$$

Wir möchten auch Erbsen kaufen. Sie kosteten jede 1 Cent. Wie viele Erbsen erhalten wir für \$10,00? Wieder mit Gleichung 4,26, finden wir, dass die Anzahl von Erbsen ist:

$$N = 1000 \text{ Erbsen} \qquad 4,29$$

Gleichungen (4,27), (4,28) und (4,29) veranschaulichen, dass der mathematische Parameter N nicht Äpfel, Orangen oder Erbsen darstellt. Er stellt nur den Zahlenwert der Einheit dar. Die Einheit muss separat spezifiziert werden. Man muss wissen, dass die Einheiten auch unterschiedlichen mathematischen Verhältnissen folgen. Dieses wird eine Maßanalyse genannt, die eine Analyse getrennt von der Ziffernwertung erfordert.

Deshalb stellt „a“ die ***Anzahl*** der Längeneinheiten dar. Die gleiche Anmerkung muss auf allen physikalische Quantitäten angewendet werden, die reinen Zahlen sind, die von einer vorhergehenden Definition anderer Standardeinheiten erhalten werden. Außerdem um mit dem oben gegebenen Prinzip der Kausalität kompatibel zu sein, müssen notwendigerweise die Längeneinheiten, die Masse und die Taktfrequenz die sein, die auf Merkur existieren, auf dem das Phänomen stattfindet. Wir sehen, unten wie diese Beschreibung zu eine perfekte Kohärenz führt.

Im Sonnensystem ist die Bahn von Merkur sehr exzentrisch und ist ein ausgezeichnetes Beispiel zum Studium von Keplers Gesetzen. Da es jedoch auch einige andere Planeten gibt, die sich um die Sonne bewegen, müssen dort auch andere klassische Korrekturen wegen der Interaktionen zwischen diesen anderen Planeten berücksichtigt werden. Umfangreiche klassische Berechnungen zeigen, dass die Interaktion der anderen Planeten des Sonnensystems auch einen wichtigen Beitrag zur Periheldrehung von Merkur produzieren. Nach genauen Berechnungen zeigen Daten, dass die Periheldrehung von Merkur größer als der Wert ist, der von der klassischen Mechanik vorausgesagt wird. Es wird beobachtet, dass die Periheldrehung um 43 Arcsec pro Jahrhundert größer ist als von allen klassischen Interaktionen durch alle Planeten erwartet.

Um dieses Problem zu lösen, müssen wir die Bedingungen ausführlicher überprüfen in denen die Gleichungen angewandt sein müssen. Wie wir in Kapitel 5 sehen werden, ist die ***Anzahl*** von Sekunden den Zeitraum P gebend eine Funktion der Parameter a, G, M und M (M). Jedoch wegen der Masse-Energie Erhaltung haben wir gesehen, dass die Längeneinheiten, die Zeit und die Masse im Merkur-Abstand von der Sonne verschieden von denen im Weltraum sind. In Abschnitt 4,5, haben wir auch gesehen, dass die Wirkung des Gravitationspotentials auf Merkur unter Verwendung der Anzahl von Masse-Einheiten (und aller weiteren Parameter) berechnet werden muss, die Merkur an diesem Standort hat.

## 4,7 – Die Umwandlungen von Einheiten.

## 4.7.1 - $a_M$(o.s.) gegen $a_M$(M).

Wenn wir die ***Anzahl*** von Metern messen, die eine gegebene Länge ausmacht, finden wir, dass diese Zahl von der Länge der Einheit abhängt, die in Verbindung mit ihr benutzt werden. Wir nennen $a_M$(o.s.), die Anzahl ***von*** Weltraummetern, die die Länge der großen Halbachse der Merkurbahn darstellt, wenn wir Weltraummeter benutzen. Die absolute physikalische Länge $L_M$[o.s.], die unter Verwendung der Weltraummeter gemessen wird, ist dann:

$$L_M\,[o.s.] = a_M(o.s.)\ \text{metero.s.} \qquad 4{,}30$$

Der Wert der absoluten Länge $L_M$ [o.s.] der großen Halbachse der Merkurbahn entspricht der Messung der Anzahl $a_M$(o.s.) von Metern in der Bahn mal das Weltraummeter (metero.s.). Wir müssen die Anzahl $a_M$(M) von Merkur-Metern ($\text{meter}_M$) jetzt bestimmen gefunden in Verbindung mit Merkur-Einheiten. $a_M$(M) stellt die entsprechende Anzahl von ***Merkur***-Metern dar, um die gleiche Länge zu messen, wenn wir Merkur-Meter benutzen. Wir finden, dass die absolute physikalische Länge $L_M$[M] der großen Halbachse, gegeben wird:

$$L_M[M] = \text{meter}_M\ a_M(M) \qquad 4{,}31$$

Da sich eine physikalische Länge nicht ändert, nur weil wir ein anderes Bezugsmeter benutzen, um sie zu messen, müssen wir verstehen, dass die absolute physikalische Länge der großen Halbachse die selbe ist, ob sie unter Verwendung von Weltraum-oder Merkur-Einheiten gemessen wird. Deshalb ist die absolute Länge $L_M$ [Bezugssystem] der großen Halbachse der Merkurbahn die selbe, unabhängig von den Einheiten, die benutzt werden, um sie zu messen. Deshalb sind Gleichungen (4,30) und (4,31) identisch:

$$L_M[M] = L_M[o.s.] = a_M(o.s.)\text{meter}_{o.s.} = a_M(M)\text{meter}_M \qquad 4{,}32$$

Gleichung (4,32) gibt uns das Verhältnis zwischen der Anzahl $a_M$(o.s.) von Weltraummetern und der Anzahl $a_M$(M) von Merkur-Metern, um die gleichen Länge zu messen. Dieses gibt:

$$\mathbf{a_M(o.s.) = a_M(M)\,\frac{meter_M}{meter_{o.s.}}} \qquad 4{,}33$$

Die Kombination von Gleichungen (4,7) und (4,33) ergibt:

$$\mathbf{a_M(o.s.) = a_M(M)\left(1 + \frac{GM(\underline{S})}{c^2 R_M}\right)} \qquad 4{,}34$$

Gleichung (4,34) zeigt, dass die ***Anzahl*** $a_M$(M) von Merkur-Metern, die zum Vergleich für die Halbachsen von Merkur erforderlich ist, kleiner ist als die Anzahl $a_M$(o.s.) von Weltraummetern, da das Weltraummeter kürzer ist. Deshalb notiert der Weltraumbeobachter eine größere ***Anzahl*** $a_M$(o.s.) von Metern als der Merkur-Beobachter, selbst wenn beide Beobachter die selben Halbachsen messen.

## 4.7.2 - M($\underline{S}$)(o.s.) und M($\underline{M}$)$_M$(o.s.) kontra M($\underline{S}$)(M) und M($\underline{M}$)$_M$(M)

Die Symbole ($\underline{S}$) und ($\underline{M}$) stellen die Sonne beziehungsweise den Merkur dar. M($\underline{S}$)(o.s.) und M($\underline{M}$)$_M$(o.s.) stellen die Anzahlen ***von absoluten*** Weltraumkilogramms $(kg)_{o.s.}$ für die Sonne beziehungsweise für Merkur dar. Das Tiefzeichen M von M($\underline{M}$)$_M$(o.s.) zeigt an, dass der Planet am Merkur-Standort ist. Die Anzahlen von Merkur-Einheiten, die die gleichen Massen geben, werden durch

$M(\underline{S})(M)$ und $M(\underline{M})_M(M)$ dargestellt. Die absolute Sonnenmasse $\mu(\underline{S})[o.s.]$ unter Verwendung der Weltraumeinheiten ist:

$$\mu(\underline{S})[o.s.] = M(\underline{S})(o.s.)kg_{o.s.} \qquad 4{,}35$$

Unter Verwendung der Merkur-Einheiten wird die gleiche absolute Sonnenmasse gegeben durch:

$$\mu(\underline{S})[M] = M(\underline{S})(M)kg_M \qquad 4{,}36$$

Da sich die Sonnenmasse nicht ändert, nur weil wir sie unter Verwendung von Merkur-Einheiten anstelle der Weltraumeinheiten messen, haben wir:

$$\mu(\underline{S})[o.s.] = \mu(\underline{S})[M] \qquad 4{,}37$$

Ähnlich wenn man die Masse von Merkur mit Weltraumeinheiten misst ist:

$$\mu(\underline{M})_M[o.s.] = M(\underline{M})_M(o.s.)kg_{o.s.} \qquad 4{,}38$$

Wenn die Messung mit Merkur-Einheiten erfolgt ist, wird die gleiche Masse gegeben:

$$\mu\,(\underline{M})_M\,[M] = M\,(\underline{M})_M(M)kg_M \qquad 4{,}39$$

Da die gleiche absolute Masse von Merkur mit verschiedenen Einheiten beschrieben worden ist, wir haben:

$$M(\underline{M})_M[o.s.] = \mu(\underline{M})_M[M] \qquad 4{,}40$$

Wegen der Masse-Energie Erhaltung ist die Menge der Masse, enthalten in einem lokalen Merkur-Kilogramm, zu der in einem Weltraum-Kilogramm verschieden. Von Gleichungen (4,35), (4,36) und (4,37) haben wir:

$$\frac{M(\underline{S})(o.s.)}{M(\underline{S})(M)} = \frac{kg_M}{kg_{o.s.}} \qquad 4{,}41$$

Die linke Seite von Gleichung (4,41) gibt das Verhältnis zwischen der ***Anzahl*** von Weltraum-Kilogramm und der ***Anzahl*** von Merkur-Kilogramm benötigt, um die gleiche Sonnenmasse zu messen. Von Gleichung (4,25) erhalten wir:

$$\frac{kg_{o.s.}}{kg_M} = \left(1 - \frac{GM(\underline{S})}{c^2 R_M}\right)^{-1} \qquad 4{,}42$$

Die Kombination von Gleichungen (4,41) mit (4,42) ergibt:

$$M(\underline{S})(o.s.) = M(\underline{S})(M)\left(1 - \frac{GM(\underline{S})}{c^2 R_M}\right) \qquad 4{,}43$$

Gleichung (4,43) zeigt, dass die ***Anzahl*** von den Kilogramm $M(\underline{S})(o.s.)$ gefunden bei der Messung der Sonnenmasse, kleiner ist, wenn sie in Verbindung mit dem Weltraum-Kilogramm gemessen wird, als wenn sie in Verbindung mit dem Merkur-Kilogramm gemessen wird. Gleichungen (4,38), (4,39) und (4,40) mit (4,42) kombiniert, erhalten wir für den Fall von der Masse des Merkurs:

$$M(\underline{M})_M(o.s.) = M(\underline{M})_M(M)\left(1 - \frac{GM(\underline{S})}{c^2 R_M}\right) \qquad 4{,}44$$

Infolgedessen ist die Anzahl $M(\underline{M})_M$ von Kilogramm, die die Masse von Merkur gibt unter Verwendung des Weltraum-Kilogramm kleiner als unter Verwendung des Merkur-Kilogramm.

## 4.7.3 - $P_M(o.s.)$ gegen $P\,(M)_M$.

In Gleichungen (4,12) und (4,13) haben wir absolute Zeitintervalle $\Delta\tau$ berechnet, wie sie vom Weltraumstandort ($\Delta\tau o.s.[o.s.]$) und Merkur-Standort ($\Delta\tau o.s.[M]$) gemessen wurden. Wir wollen nun betrachten, dass das Zeitintervall $\Delta\tau$ die Periode der Bewegung von Merkur ist, um einer Ellipse um den

Sonne zu vollenden. Die Anzahl von ***Sekunden*** PM(o.s.), die den Zeitraum auf Merkur geben, wenn sie mit einer Weltraumuhr gemessen werden, wird durch das Verhältnis gegeben:

$$\Delta\tau_M\,[o.s.] = P_M(o.s.)\ DCDo.s.(S) \qquad 4{,}45$$

und der Zeitraum $P_M(M)$ gemessen auf dem Merkur unter Verwendung einer Merkur-Uhr (mit Merkur-Einheiten) bezieht sich das auf Verhältnis:

$$\Delta\tau_M[M] = P_M(M)\ \Delta CDM(S) \qquad 4{,}46$$

Die Zeitintervalle $\Delta\tau_M$ [o.s.] und $\Delta\tau_M$[M] in Gleichungen (4,45) und (4,46) stellen die absoluten Zeitintervalle während des Zeitraums P der Bewegung von Merkur um die Sonne dar. Ein absolutes Zeitintervalls ist nicht verschieden, weil es mit einer Merkur-Uhr anstelle einer Weltraumuhr gemessen wird:

$$\Delta\tau_M[o.s.] = \Delta\tau_M[M] = P_M(M)\ \Delta CDM(S) = P_M(o.s.)\ \Delta CDo.s.(S) \qquad 4{,}47$$

Wir haben in Gleichung (4,24) den Betrag der Zahlen ΔCDM(o.s.) und $\Delta CD_M(M)$ zwischen zwei Bezugssystemen in verschiedenen Gravitationspotentialen gesehen. Wir sehen dass die Zahlen $P_M(o.s.)$ und $P_M(M)$ angezeigt durch die Uhren entsprechend $\Delta CD_M(o.s.)$ und $DCD_M(M)$ während einer Bewegungsperiode. Deshalb ist:

$$\frac{\Delta CD_M(o.s.)}{\Delta CD_M(M)} = \frac{P_M(o.s.)}{P_M(M)} \qquad 4{,}48$$

Die Kombination von Gleichung (4,48) mit (4,24) ergibt:

$$\frac{P_M(o.s.)}{P_M(M)} = \frac{\Delta CD_M(o.s.)}{\Delta CD_M(M)} = \left(1 - \frac{GM(S)}{c^2 R_M}\right)^{-1} \qquad 4{,}49$$

Gleichung (4,49) zeigt, dass, selbst wenn das absolute Zeitintervalls Δτ während des Zeitraums das selbe in beiden Bezugssystem ist, die Unterschiede von Uhranzeigen unterschiedlich sind, weil die Uhren mit unterschiedlicher Rate laufen.

## 4.7.4 - G (o.s.) kontra G (M).

Da Längen, Taktfrequenzen und Massen in verschiedenen Bezugssystem nicht die selben sind, sehen wir nun dass die Fallbeschleunigung G wenn sie unter Verwendung Merkur-Einheiten gemessen wird, verschieden von der irdischen ist. Die ***Anzahl*** von Weltraumeinheiten der Fallbeschleunigung wird G(o.s.) genannt und die Anzahl ***von*** Merkur-Einheiten der gleichen Fallbeschleunigung wird mit G(M) bezeichnet. Die elementaren Einheiten der entsprechenden Fallbeschleunigung G werden $U_{o.s.}$ beziehungsweise $U_M$ genannt. Die Gesamtfallbeschleunigung G wird J[o.s.] genannt, wenn sie vom Weltraum gemessen wird und J [M] wenn sie aus der Merkur-Bahn gemessen wird. Deshalb haben wir:

$$J[o.s.] = G(o.s.)U_{o.s.} \qquad 4{,}50$$

und

$$J[M] = G(M)U_M. \qquad 4{,}51$$

Da sich die absolute Fallbeschleunigung nicht ändert, nur weil wir sie von einem anderen Standort messen, haben wir:

$$J\,[o.s.] = J\,[M] \qquad 4{,}52$$

Die relative Anzahl von Einheiten zwischen G(o.s.) und G(M) wird unter Verwendung einer Maßanalyse gefunden. Die Einheiten von G können von Newtons allgemein bekanntem Gravitationsgesetz erhalten werden:

$$F = \frac{GMm}{R^2} \qquad 4{,}53$$

wo die Kraft F in Newton ist, sind M und m in Kilogramm und der Radius R ist in Metern. Von der Gleichung (4,53) und daran erinnert, dass die Einheiten von G(o.s.) $U_{o.s.}$ genannt werden, finden wir:

$$U_{o.s.} = \frac{newton_{o.s.} meter^2_{o.s.}}{kg^2_{o.s.}} \qquad 4{,}54$$

Aus der Beziehung

$$F = ma \qquad 4{,}55$$

wo a die Beschleunigung ist, finden wir, dass die Einheiten von F sind:

$$newton_{o.s.} = \frac{kg_{o.s.} meter_{o.s.}}{sec^2_{o.s.}} \qquad 4{,}56$$

(4,54) mit (4,56) kombiniert, erhalten wir:

$$U_{o.s.} = \frac{kg_{o.s.} meter^3_{o.s.}}{kg^2_{o.s.}\ sec^2_{o.s.}} \qquad 4{,}57$$

Aus der Definition der Geschwindigkeit sind die Einheiten von v:

$$v_{o.s.} = \frac{meter_{o.s.}}{sec_{o.s.}} \qquad 4{,}58$$

Gleichung (4,58) in (4,57) ergibt:

$$U_{o.s.} = \frac{meter_{o.s.} v^2_{o.s.}}{kg_{o.s.}} \qquad 4{,}59$$

Wir haben in den Abschnitten 3.5.3 und 3,6 gesehen, dass eine Geschwindigkeit durch die gleiche Zahl innerhalb jedes beliebigen Bezugssystems dargestellt wird. Das heißt, dass die Zahl, die eine Geschwindigkeit darstellt, die selbe innerhalb jedes beliebigen Bezugssystems ist, wenn sie unter Verwendung irgendeines zusammenhängenden Systems von örtlichen Einheiten gemessen wird. Da eine Geschwindigkeit der Quotient aus einer Länge und einem Zeitintervall ist, bleibt dieser Quotient konstante, selbst wenn zwischen den Bezugssystemen gewechselt wird, weil die gleiche Korrektur sowohl auf Längen als auch auf Uhranzeigen gemacht wird. Infolgedessen haben wir:

$$vo.s. = v_M \qquad 4{,}60$$

Gleichungen (4,7), (4,42) und (4,60) in Gleichung (4,59) ergeben:

$$U_{o.s.} = \frac{meter_M \left(1 + \frac{GM(S)}{c^2 R_M}\right)^{-1} v^2_M}{kg_M \left(1 - \frac{GM(S)}{c^2 R_M}\right)^{-1}} \qquad 4{,}61$$

Die ersten Glieder der Reihenentwicklung von Gleichung (4,61) ergibt:

$$U_{o.s.} = \frac{meter_M v^2_M}{kg_M} \left(1 - \frac{GM(S)}{c^2 R_M}\right)^2 \qquad 4{,}62$$

In Analogie zu (4,59) haben wir für $U_M$:

$$U_M = \frac{meter_M v^2_M}{kg_M} \qquad 4{,}63$$

Gleichung (4,63) in (4,62) ergibt:

$$U_{o.s.} = U_M\left(1 - \frac{GM(S)}{c^2R_M}\right)^2 \qquad 4,64$$

Gleichungen (4,50), (4,51), (4,52) und (4,64) ergeben das Verhältnis zwischen der ***Anzahl*** von Einheiten von G:

$$G(o.s.) = G(M)\left(1 - \frac{GM(S)}{c^2R_M}\right)^{-2} \qquad 4,65$$

Gleichung (4,65) zeigt, dass die Fallbeschleunigung G durch verschiedene Zahlen dargestellt wird, wenn sie mit den Einheiten gemessen wird, die von Merkur und im Weltraum existieren.

## 4.7.5 - F(o.s.) kontra F(M).

Von Gleichung (4,56) haben wir:

$$\mathbf{newton}_{o.s.} = \frac{\mathbf{kg}_{o.s.}\mathbf{meter}_{o.s.}}{\mathbf{sec}^2_{o.s.}} \qquad 4,66$$

Unter Verwendung Gleichungen (4,7), (4,15), (4,24) und (4,25) finden wir:

$$\mathbf{newton}_{o.s.} = \frac{\mathbf{kg}_M\left(1 + \frac{GM(S)}{c^2R_M}\right)\mathbf{meter}_M\left(1 - \frac{GM(S)}{c^2R_M}\right)}{\mathbf{sec}^2_M\left(1 - \frac{GM(S)}{c^2R_M}\right)^2} \qquad 4,67$$

In erster Ordnng ist dieses gleich:

$$\mathbf{newton}_{o.s.} = \frac{\mathbf{kg}_M\mathbf{meter}_M}{\mathbf{sec}^2_M}\left(1 + \frac{GM(S)}{c^2R_M}\right)^2 \qquad 4,68$$

und:

$$\mathbf{newton}_{o.s.} = \mathbf{newton}_M\left(1 + \frac{GM(S)}{c^2R_M}\right)^2 \qquad 4,69$$

folglich wird das Verhältnis zwischen der Anzahl von Merkur-Newton und der Anzahl von Weltraum-Newton gegeben durch:

$$F(o.s.) = F(M)\left(1 + \frac{GM(S)}{c^2R_M}\right)^{-2} \qquad 4,70$$

## 4,8 - Symbole und Variablen.

| | |
|---|---|
| $a_{frame}$ [o.s.] | Länge des lokalen Bohr-Radius in absoluten Einheiten |
| $a_M$ (M) | Zahl von Merkur-Metern für die große Halb-Achse von Merkur |
| $a_M$ (o.s.) | Zahl von Weltraummetern für die große Halb-Achse von Merkur |
| $\Delta CD_M$ (M) | ΔCD während des Zeitraums von Merkur gemessen durch eine Merkur-Uhr |
| $\Delta CD_M$ (o.s.) | ΔCD während des Zeitraums von Merkur gemessen durch eine Weltraumuhr |
| $\Delta CD_M$ | offensichtliches zweites auf Merkur |

| | |
|---|---|
| $\Delta CD_{o.s.}$ (M) | ΔCD im Weltraum gemessen durch eine Merkur-Uhr |
| $\Delta CD_{o.s.}$ (o.s.) | ΔCD im Weltraum gemessen durch eine Weltraumuhr |
| $\Delta CD_{o.s.}$ | Absolutes an zweiter Stelle im Weltraum |
| $\Delta\tau_M$ [M] | Zeitraum von Merkur in Merkur-Einheiten |
| $\Delta\tau_M$ [o.s.] | Zeitraum von Merkur in den Weltraumeinheiten |
| $\Delta\tau_{o.s.}$ [M] | Zeitintervalls im Weltraum in Merkur-Einheiten |
| $\Delta\tau_{o.s.}$ [o.s.] | Zeitintervalls im Weltraum in den Weltraumeinheiten |
| G (M) | Zahl von Merkur-Einheiten für die Fallbeschleunigung |
| G (o.s.) | Zahl von Weltraumeinheiten für die Fallbeschleunigung |
| J [M] | Fallbeschleunigung in Merkur-Einheiten |
| J [o.s.] | Fallbeschleunigung in Weltraumeinheiten |
| $kg_{frame}$ | Masse des lokalen Kilogramms in absoluten Einheiten |
| $L_M$ [M] | Länge der großen Halbachse der Bahn von Merkur in Merkur-Einheiten |
| $L_M$ [o.s.] | Länge der großen Halbachse der Bahn von Merkur in den Weltraumeinheiten |
| $Meter_{frame}$ | Länge des lokalen Meters in den absoluten Einheiten |
| $M(\underline{M})_M(M)$ | Zahl von Merkur-Einheiten für die Masse von Merkur am Merkur-Standort |
| $\mu(\underline{M})_M[M]$ | Masse von Merkur in Merkur-Einheiten am Merkur-Standort |
| $M(\underline{M})_M$ (o.s.) | Zahl von Weltraumeinheiten für die Masse von Merkur am Merkur-Standort |
| $\mu(\underline{M})_M$ [o.s.] | Masse von Merkur in Weltraumeinheiten am Merkur-Standort |
| M(M) | Zahl von Merkur-Einheiten für die Masse der Sonne |
| M(o.s.) | Zahl von Weltraumeinheiten für die Masse der Sonne |
| μ[M] | Masse der Sonne in Merkur-Einheiten |
| μ[o.s.] | Masse der Sonne in Weltraumeinheiten |
| N(S) | Zahl von Oszillationen einer Atomuhr für eine lokale Sekunde |
| $P_M$ (M) | ΔCD während des Zeitraums von Merkur gemessen durch eine Merkur-Uhr |
| $P_M$ (o.s.) | ΔCD während des Zeitraums von Merkur gemessen durch eine Weltraumuhr |
| $R_M$ | Abstand zwischen Merkur und der Sonne |
| $U_{frame}$ | Einheit der Fallbeschleunigung im lokalen Bezugssystem |

<><><><><><><><><><><><><><><><>